

LE CONCEPT UNIFICATEUR DES INDICES DE PRIX ET PROPOSITION D'UN NOUVEL INDICE.

L. VIGLINO

INSEE, Direction de la coordination statistique
et des relations internationales

Résumé.

L'indice à utilité constante et l'indice de Divisia sont égaux dès qu'il existe une fonction d'utilité homogène. Ils définissent le concept d'indice de prix car les autres indices s'en déduisent en ajoutant des hypothèses sur le comportement des consommateurs.

L'approximation de la courbe (prix, valeur) de la consommation par des segments de droites permet de définir un indice appelé Ind_1.

L'indice de Fisher et Ind_1 apparaissent comme les meilleurs estimateurs calculables du concept d'indice de prix.

1. Présentation.

Cette étude a été conduite à la division Prix à la consommation entre 1993 et 1997. Elle provient des réflexions sur les effets du chaînage et des substitutions de produits. Ces réflexions ont été stimulées par la correction du biais de l'indice de la Réunion en 1994, le rapport " Boskin " du Sénat américain en 1996 et l'harmonisation européenne des méthodes de calcul.

L'estimation d'un indice de prix nécessite de garder à l'esprit que l'indicateur calculé n'est qu'une estimation du concept que le statisticien souhaiterait établir s'il avait une connaissance parfaite de l'univers.

Parmi les différents indices possibles, l'indice à utilité constante¹ et l'indice de Divisia ont un statut particulier car les autres indices s'en déduisent avec des hypothèses supplémentaires sur le comportement des ménages. Ces deux indices proviennent d'approches indépendantes, mais fournissent des approximations cohérentes.

L'indice à utilité constante, IUC, utilise la théorie micro-économique du consommateur. Cet indice mesure la variation de la dépense qui serait nécessaire pour garder le même niveau d'utilité de la consommation face à une modification des prix. L'indice de Divisia est une intégrale sur la courbe (prix, quantité) de la consommation².

Avec une fonction d'utilité de Cobb-Douglas cohérente avec une hypothèse de fixité des parts de consommation en valeur, l'IUC et l'indice de Divisia se simplifient tous les deux en une moyenne géométrique. L'indice de Laspeyres est, quant à lui, une simplification de l'indice de Divisia sous l'hypothèse de fixité des quantités consommées, et une simplification de l'IUC avec une fonction d'utilité de Léontief³.

Malgré leur proximité, il n'est pas satisfaisant de garder deux références. L'IUC a l'avantage d'être largement utilisé dans les réflexions internationales, mais la détermination d'une fonction d'utilité correspondant aux données observées reste la

¹ Cet indice est appelé "cost of living index" par les Anglophones ; mais "indice du coût de la vie" a été employé sous un sens différent en France et il est plus précis de le traduire par "Indice à Utilité Constante".

² L'indice chaîne de Laspeyres estime la courbe par une fonction en escalier alors que l'indice de Divisia la suit.

³ La fonction d'utilité de Léontief, à facteurs complémentaires, n'admet pas de substitution entre les produits et impose des quantités fixes.

principale difficulté⁴. L'indice de Divisia, beaucoup moins étudié, a l'avantage de plonger le statisticien dans le cadre mathématique bien développé des études de courbe et de permettre des hypothèses facilement compréhensibles sur le comportement des consommateurs.

Le premier résultat de cette étude est d'unifier le cadre conceptuel des indices de prix. Il est démontré que l'IUC et l'indice de Divisia sont égaux dès que l'existence d'une fonction d'utilité homogène peut être supposée.

La question qui se pose ensuite est de définir un estimateur calculable de ce concept correspondant à des approximations fines du comportement des ménages. Il faut aussi retenir des estimateurs se comportant raisonnablement dans les cas fréquents de disparition ou d'apparition de produits⁵.

Une famille d'indices de prix a été mise en évidence, correspondant à des approximations continues, polynomiales par morceaux, de la courbe (prix, valeur) de la consommation. Le degré 0 redonne l'indice de Törnqvist. Le degré 1 fournit un indice, appelé Ind_1, qui améliore les hypothèses implicites sur l'élasticité valeur-prix de la consommation⁶.

La base hebdomadaire des couples (prix, quantités) collectés par la société Nielsen sur les ventes de café entre 1994 et 1996 a servi à tester numériquement les différents indices. Jacques Pougard, alors membre de la section " Méthodes ", a réalisé ce test. Ce test a été complété en annulant le prix d'un paquet de café pendant un mois.

Sur trois années, les indices chaîne sont :

| Indice chaîne entre 1994 et 1996. | Laspeyres | Paasche | Fisher | Géométrique | Törnqvist | Ind_1 |
|---------------------------------------|-----------|----------|----------|-------------|-----------|----------|
| Série Nielsen | 150,4025 | 124,8054 | 137,0075 | 146,2990 | 137,2194 | 137,1481 |
| Série avec un prix s'annulant un mois | 151,7213 | 123,4108 | 136,8358 | 0 | indéfini | 136,9507 |

Les indices de Fisher⁷ et Ind_1 apparaissent comme les meilleurs estimateurs calculables du concept d'indice de prix.

⁴ L'étude de François Magnien et Jacques Pougard : "Approche non paramétrique de l'indice à utilité constante" apporte des éléments de réponse.

⁵ Une bonne partie de ce qui est appelé "effet qualité" devrait plutôt être traité dans un cadre d'effet de substitution lors de l'apparition d'un nouveau produit.

⁶ L'indice de Laspeyres et la moyenne géométrique correspondent à des approximations fortes de cette élasticité valeur-prix qui est supposée valoir respectivement 1 et 0.

⁷ L'indice de Fisher provient d'une fonction d'utilité quadratique.

2. L'indice de Divisia est l'indice naturel minimal au sens des hypothèses.

L'indice de valeur entre les dates 0 et 1 n'est pas discutable :
$$I_v = \frac{\sum_{k \in U} q_k^1 * P_k^1}{\sum_{k \in U} q_k^0 * P_k^0}.$$

"U" est l'univers des achats, indexé par "k" ; "p" et "q" représentent respectivement des prix et des quantités.

Les scientifiques considèrent que la mesure idéale d'un phénomène continu ne doit pas dépendre de la partition du temps utilisée. Il est donc nécessaire de faire apparaître des fonctions continues du temps dans la démarche.

$$I_v = \frac{\sum_{k \in U} q_k^1 * P_k^1}{\sum_{k \in U} q_k^0 * P_k^0} = \exp \left[\log \sum_{k \in U} q_k(t) * P_k(t) \right]_0^1 = \exp \left(\int_0^1 \frac{\frac{d}{dt} \sum_{k \in U} q_k(t) * P_k(t)}{\sum_{k \in U} q_k(t) * P_k(t)} * dt \right)$$

Naturellement :

$$\exp \left[\sum_{k \in U} \log(q_k(t) * P_k(t)) \right]_0^1 = \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k \frac{d}{dt}(q_k(t)) * P_k(t)}{\sum_h q_h(t) * P_h(t)} * dt \right) * \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(t)) * \frac{d}{dt}(P_k(t))}{\sum_h q_h(t) * P_h(t)} * dt \right)$$

Ce qui donne l'indice de prix de Divisia :

$$I_D(\text{prix}) = \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(t)) * \frac{d}{dt}(P_k(t))}{\sum_h q_h(t) * P_h(t)} * dt \right)$$

et l'indice de volume :

$$I_D(\text{volume}) = \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k \frac{d}{dt}(q_k(t)) * P_k(t)}{\sum_h q_h(t) * P_h(t)} * dt \right)$$

L'indice de la valeur est conservé.

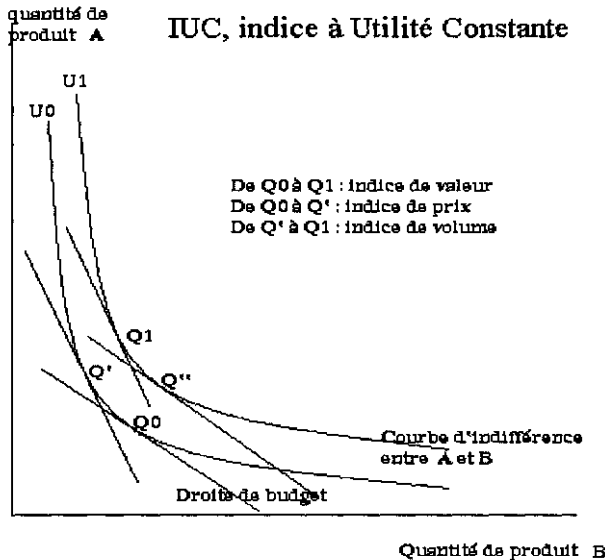
$$I(\text{valeur}) = \frac{\sum_{k \in U} q_k^1 * P_k^1}{\sum_{k \in U} q_k^0 * P_k^0} = I_D(\text{volume}) * I_D(\text{prix})$$

L'indice de Divisia apparaît naturellement, les courbes $t \mapsto q_k(t)$ et $t \mapsto p_k(t)$ doivent juste être suffisamment régulières pour que les intégrales existent, et aucune hypothèse n'est faite ni sur leur forme ni sur le comportement économique des ménages.

En ce sens, l'indice de Divisia est minimal car il ne suppose aucune hypothèse de comportement des ménages.

3. L'indice à utilité constante est égal à l'indice de Divisia.

Il faut examiner en premier s'il est possible de parler de l'indice à utilité constante. En effet, a priori, il existe deux candidats : celui de Q0 à Q' et celui de Q" à Q1 (cf graphique).



W.E. DIEWERT (1976) a montré que, dès que les courbes d'utilité sont homothétiques, les deux indices à utilité constante sont égaux.

Avec une fonction d'utilité homogène⁸ de degré 1, cette condition est remplie et l'on peut ainsi parler de l'indice à utilité constante.

L'IUC satisfait le programme de maximisation suivant :

$$\max U(q)$$

$$\text{s/c } y = \sum p_i * q_i \leq R$$

On a : $\frac{\partial U}{\partial q_i}(q) = \lambda * p_i$ les équations du Lagrangien.

$\lambda * y = \sum \lambda * p_i * q_i = \sum \frac{\partial U}{\partial q}(q) * q_i = U(q)$. On a remplacé les équations du lagrangien dans la fonction de revenu et utilisé le fait que la fonction d'utilité est homogène de degré 1. $\lambda * y = U(q)$

Par définition de l'indice à utilité constante :

$$Iuc = \frac{y(p(1); U(0))}{y(p(0); U(0))}$$

$$Iuc = \frac{y(p(1); U(0))}{y(p(0); U(0))} = \frac{\lambda(0) * U(0)}{\lambda(1) * U(0)} = \frac{\lambda(0)}{\lambda(1)} ; \text{ car } \lambda * y = U(q)$$

Propriété : λ ne dépend pas de (q).

$$\frac{\partial}{\partial q_i}(\lambda * y) = \frac{\partial}{\partial q_i}(\lambda) * y + \lambda * \frac{\partial}{\partial q_i}(y) = \frac{\partial U}{\partial q_i}(q)$$

⁸ Le degré importe peu puisqu'il est toujours possible de se ramener à un degré 1.

$$\frac{\partial}{\partial q_i}(\lambda) * y + \lambda * p_i = \lambda * p_i$$

$$\frac{\partial}{\partial q_i}(\lambda) = 0. \text{ Un revenu nul ne présente pas d'intérêt. Cqfd}$$

De même le passage de 0 à 1 est continu.

$$Iuc = \frac{\lambda(0)}{\lambda(1)} = \exp\left(-\int_0^1 \frac{d}{dt} \lambda(t) * dt\right)$$

$$\frac{d}{dt} \lambda(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{U(q)}{y} \right) = \frac{\sum \frac{\partial U}{\partial q_i}(q) * \frac{dq_i}{dt}}{y} - \frac{U(q)}{y^2} * \left(\sum \frac{dp_i}{dt} * q_i + \sum p_i * \frac{dq_i}{dt} \right)$$

$$\text{avec : } \lambda * y = U(q)$$

$$\text{mais : } \frac{\partial U}{\partial q_i}(q) = \lambda * p_i \text{ donc :}$$

$$\frac{d}{dt} \lambda(t) = \frac{\sum \lambda * p_i * \frac{dq_i}{dt}}{y} - \frac{U(q)}{y^2} * \left(\sum \frac{dp_i}{dt} * q_i + \sum p_i * \frac{dq_i}{dt} \right)$$

$$\frac{d}{dt} \lambda(t) = \frac{\lambda * \sum p_i * \frac{dq_i}{dt}}{y} - \frac{\lambda}{y} * \left(\sum \frac{dp_i}{dt} * q_i + \sum p_i * \frac{dq_i}{dt} \right)$$

$$\text{car : } \lambda * y = U(q)$$

$$\frac{d}{dt} \lambda(t) = -\frac{\lambda}{y} * \left(\sum \frac{dp_i}{dt} * q_i \right)$$

$$\frac{\frac{d}{dt} \lambda(t)}{\lambda(t)} = -\frac{1}{y} * \left(\sum \frac{dp_i}{dt} * q_i \right) = -\frac{\sum \frac{dp_i}{dt} * q_i}{\sum p_i * q_i}$$

Donc :

$$I_{uc} = \exp \left(- \int_0^1 \frac{d \lambda(t)}{\lambda(t)} * dt \right) = \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum \frac{d p_i}{dt} * q_i}{\sum p_i * q_i} * dt \right) = I_D$$

Donc, sous réserve qu'il existe une fonction d'utilité homogène de degré 1, l'indice à utilité constante est l'indice de Divisia. L'unification est faite.

4. Le comportement des ménages et les autres indices.

$$I_D(\text{prix}) = \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(t)) * \frac{d}{dt} (P_k(t))}{\sum_h q_h(t) * P_h(t)} * dt \right)$$

4.1 Laspeyres, Paasche, Fisher. Fixité ou approximation des quantités.

Si l'on accepte que les quantités consommées soient fixes ou à peu près fixes dans le temps, alors l'indice idéal se simplifie en un indice de Laspeyres ou de Paasche.

$$q_k(t) = q_k(0) \Rightarrow \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(t)) * \frac{d}{dt} (P_k(t))}{\sum_h q_h(t) * P_h(t)} * dt \right) = I_L = \frac{\sum_{k \in U} q_k^0 * P_k^1}{\sum_{k \in U} q_k^0 * P_k^0}$$

$$q_k(t) = q_k(1) \Rightarrow \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(t)) * \frac{d}{dt} (P_k(t))}{\sum_h q_h(t) * P_h(t)} * dt \right) = I_P = \frac{\sum_{k \in U} q_k^1 * P_k^1}{\sum_{k \in U} q_k^1 * P_k^0}$$

Si l'hypothèse de fixité des quantités est vérifiée, les indices de Laspeyres et de Paasche doivent être égaux.

Si les quantités ne sont pas tout à fait fixes, alors une approximation moyenne est plus justifiée.

Dans un premier temps, au numérateur :

$$q_k(t) \approx \frac{q_k(0) + q_k(1)}{2} \Rightarrow I_D \approx \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(0)) * \frac{d}{dt} (P_k(t))}{\sum_h (q_h(t)) * P_h(t)} * dt \right) * \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(1)) * \frac{d}{dt} (P_k(t))}{\sum_h (q_h(t)) * P_h(t)} * dt \right)$$

Ensuite dans chacun des termes du produit, il est simple d'approcher respectivement $q_k(t)$ par $q_k(0)$ et $q_k(1)$.

$$I_D \approx \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(0)) * \frac{d}{dt} (P_k(t))}{\sum_h (q_h(0)) * P_h(t)} * dt \right) * \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(1)) * \frac{d}{dt} (P_k(t))}{\sum_h (q_h(1)) * P_h(t)} * dt \right)$$

$$I_D \approx \left(\frac{\sum_k (q_k(0)) * (P_k(1))}{\sum_k q_k(0) * P_k(0)} \right)^{\frac{1}{2}} * \left(\frac{\sum_k (q_k(1)) * (P_k(1))}{\sum_k q_k(1) * P_k(1)} \right)^{\frac{1}{2}} = I_F,$$

l'indice de Fisher.

L'indice de Fisher apparaît ainsi comme une meilleure approximation de l'indice idéal au sens que $q_k(t) \approx \frac{q_k(0) + q_k(1)}{2}$ est une meilleure approximation de $q_k(t)$ que $q_k(0)$ ou $q_k(1)$.

4.2 Moyenne géométrique, indice de Törnqvist. Fixité ou approximation des valeurs.

$$I_D(\text{prix}) = \exp \left(\int_0^1 \frac{\sum_k (q_k(t)) * \frac{d}{dt}(P_k(t))}{\sum_h q_h(t) * P_h(t)} * dt \right) = \exp \left(\int_0^1 \sum_k \omega_k(t) * \frac{\frac{d}{dt}(P_k(t))}{P_k(t)} * dt \right)$$

avec : $\omega_k(t) = \frac{q_k(t) * P_k(t)}{\sum_h q_h(t) * P_h(t)}$ ce qui redonne la forme sous laquelle j'avais

retrouvé l'indice de Divisia comme la limite d'un chaînage d'indice de Laspeyres en 1995 pour résoudre à l'époque des problèmes de circularité $[I_{1/0} * I_{2/1} = I_{2/0}]$ (Viglino L., 1995).

La question de la circularité n'est plus maintenant qu'une question d'adéquation entre l'indice utilisé et les hypothèses qui le sous-tendent. Par exemple, si les quantités étaient réellement fixes, alors l'indice de Laspeyres serait circulaire (à condition évidemment de ne pas se tromper de pondérations en valeurs entre 1 et 2 et donc d'avoir les pondérations en valeur de 0 corrigées par l'évolution des prix entre 0 et 1).

Avec comme hypothèse la fixité des parts de valeur dans la consommation des ménages, l'indice idéal se simplifie en une moyenne géométrique :

$$(\forall k, \omega_k(t) = \omega_k(0)) \Rightarrow I_D = \exp \left(\int_0^1 \sum_k \omega_k(0) * \frac{\frac{d}{dt}(P_k(t))}{P_k(t)} * dt \right) = \prod_k \left(\frac{P_k(1)}{P_k(0)} \right)^{\omega_k(0)}$$

Il est classique de montrer qu'avec une fonction d'utilité de type Cobb-Douglas l'indice à utilité constante est égal à cette moyenne géométrique. Ce résultat est équivalent puisque des parts de valeurs fixes amènent à poser une telle fonction d'utilité qui est homogène de degré 1. Nous retrouvons alors que l'indice à utilité constante est égal à l'indice de Divisia et sont égaux dans ce cas particulier à la moyenne géométrique.

Avec des parts de valeurs pas tout à fait constantes, il apparaît meilleur d'estimer $\omega_k(t)$ par une moyenne entre 0 et 1. L'indice de Törnqvist apparaît alors.

$$\omega_k(t) \approx \frac{\omega_k(0) + \omega_k(1)}{2} \Rightarrow$$

$$I_D \approx \exp \left(\int \sum_k \frac{\omega_k(0) + \omega_k(1)}{2} \frac{d(P_k(t))}{P_k(t)} \right) = \prod_k \left(\frac{P_k(1)}{P_k(0)} \right)^{\frac{\omega_k(0) + \omega_k(1)}{2}} = I_T$$

4.3 Comment choisir entre l'approximation de Fisher et celle de Törnqvist.

Le choix se fait maintenant en comparant les hypothèses de faibles variations des quantités ou de faibles variations des valeurs avec l'observation du comportement réel de la consommation des ménages.

Il serait possible par développement limité d'apporter des majorants à l'erreur commise sur les indices lors des approximations des quantités ou des parts de valeurs en fonction des dérivées des courbes de consommation.

Ce paragraphe pourrait être développé lors d'une version ultérieure de cette étude. Je propose une autre approche de l'estimation de l'indice idéal pour permettre une comparaison directe. Cette nouvelle approche définira entre autres un indice de prix dont l'élasticité quantité-prix n'est pas contrainte à des valeurs extrêmes comme avec les hypothèses de fixité des prix ou des parts de valeur.

5. Une nouvelle approche du concept d'indice de prix.

A utilité constante, la variation des prix relatifs suffit à déterminer les quantités. Dans l'indice des prix, les quantités sont une fonction du niveau d'utilité constant et des prix. Les quantités sont une fonction des prix. Ainsi les valeurs sont une fonction des prix.

5.1 Une nouvelle famille d'indices.

Au lieu d'approcher les valeurs $\omega_k(t)$ par une constante ou une moyenne, essayons de les exprimer par un polynôme des prix $p_k(t)$ de degré n .

$$\omega_k(t) = \sum_i \alpha_{i,k} (p_k(t))^i$$

Au degré $n=0$, nous pouvons poser $\omega_k(t) = \alpha_0 = \frac{\omega_k(0) + \omega_k(1)}{2}$

qui est la meilleure approximation d'une fonction par une constante et nous retrouvons ainsi l'indice de Törnqvist.

Supposons cette approximation des valeurs faite :

$$\begin{aligned} \omega_k(t) &= \sum_i \alpha_{i,k} * (p_k(t))^i \Rightarrow \\ I_D &\approx \exp \left(\int_0^1 \sum_k \sum_i \alpha_{i,k} * (p_k(t))^i * \frac{d(P_k(t))}{P_k(t)} * dt \right) = \exp \left(\int_0^1 \sum_i \sum_k \alpha_{i,k} * (p_k(t))^i * \frac{d(P_k(t))}{P_k(t)} * dt \right) \\ I_D &\approx \exp \left(\sum_k \alpha_{0,k} * \int_0^1 \frac{d(P_k(t))}{P_k(t)} * dt + \sum_{i \geq 1} \sum_k \alpha_{i,k} * \int_0^1 (p_k(t))^i * \frac{d(P_k(t))}{P_k(t)} * dt \right) \\ I_D &\approx \exp \left(\sum_k \alpha_{0,k} * \log \left(\frac{P_k(1)}{P_k(0)} \right) + \sum_{i \geq 1} \sum_k \alpha_{i,k} * \frac{1}{i} (p_k'(1) - p_k'(0)) \right) \\ \omega_k(t) &= \sum_i \alpha_{i,k} * (p_k(t))^i \Rightarrow I_D \approx I_n = \prod_k \left(\frac{P_k(1)}{P_k(0)} \right)^{\alpha_{0,k}} * \prod_{i \geq 1} \left[\exp(p_k'(1) - p_k'(0)) \right]^{\frac{\alpha_{i,k}}{i}} \end{aligned}$$

Nous avons ainsi une famille (I_n) d'indices de prix.

5.2 Au degré 1, étude de l'indice Ind_1 .

I_1 sera maintenant appelé Ind_1 . Entre 0 et 1, Ind_1 utilise une approximation proche de la méthode des trapèzes où l'erreur commise est inférieure à une constante multipliée par un majorant de la dérivée seconde des pondérations.

Développons Ind_1 .

$$\omega_k(t) = \alpha_{0,k} + \alpha_{1,k} * p_k(t) \text{ à estimer.}$$

Pour chaque k si $p_k(1) \neq p_k(0)$

$$\begin{cases} \omega_k(0) = \alpha_{0,k} + \alpha_{1,k} * p_k(0) \\ \omega_k(1) = \alpha_{0,k} + \alpha_{1,k} * p_k(1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_{1,k} = \frac{\omega_k(1) - \omega_k(0)}{p_k(1) - p_k(0)} \\ \alpha_{0,k} = \frac{\omega_k(0) * p_k(1) - \omega_k(1) * p_k(0)}{p_k(1) - p_k(0)} \end{cases}$$

Si $p_k(1) = p_k(0)$ alors un retour à la définition montre que le terme du produit correspondant à k vaut 1.

En posant :

$$p_k(I) \neq p_k(0) \Rightarrow \begin{cases} I_{1,k} = \left(\frac{p_k(I)}{p_k(0)}\right)^{\frac{\omega_k(0) * p_k(I) - \omega_k(I) * p_k(0)}{p_k(I) - p_k(0)}} * [\exp(p_k(I) - p_k(0))]^{\frac{\omega_k(I) - \omega_k(0)}{p_k(I) - p_k(0)}} \\ I_{1,k} = \left(\frac{p_k(I)}{p_k(0)}\right)^{\frac{\omega_k(0) * p_k(I) - \omega_k(I) * p_k(0)}{p_k(I) - p_k(0)}} * [\exp(\omega_k(I) - \omega_k(0))] \end{cases}$$

$$p_k(I) = p_k(0) \Rightarrow I_{1,k} = 1,$$

on a : $\text{Ind}_1 = \prod_k I_{1,k}$

Remarque : quand $p_k(1) = p_k(0)$, $I_{1,k} = 1$ est aussi un prolongement par continuité de la formule quand $p_k(1) = p_k(0)$.

5.3 Etude de l'élasticité valeur/prix associée à Ind_1 .

$$e_{k, \omega/p} = \frac{\frac{\partial \omega_k}{\omega_k}}{\frac{\partial p_k}{p_k}} ; \quad \frac{\partial \omega_k(t)}{\partial p_k(t)} = \alpha_{1,k} = \frac{\omega_k(1) - \omega_k(0)}{p_k(1) - p_k(0)}$$

Au prix d'une assimilation " physiologique " :

$$\frac{p_k(t)}{\omega_k(t)} * \frac{\partial(\omega_k(t))}{\partial p_k(t)} = \frac{\frac{\partial \omega_k(t)}{\omega_k(t)}}{\frac{\partial p_k(t)}{p_k(t)}} = e_{k, \omega/p}(t)$$

$$\text{On a : } e_{k, \omega/p}(t) = \frac{\frac{\omega_k(1) - \omega_k(0)}{\omega_k(t)}}{\frac{p_k(1) - p_k(0)}{p_k(t)}}$$

Cette élasticité n'est pas parfaite mais est une bien meilleure approximation que celle obtenue en supposant les quantités fixes ou presque fixes (Laspeyres, Paasche, Fisher) ou les parts de valeur fixes ou presque fixes (moyenne géométrique, Törnqvist).

5.4 Comportement face à des prix nuls.

Le problème des prix nuls se pose quand un bien payant devient gratuit ou inversement, un bien gratuit devient payant. Les seules formules classiques pouvant traiter ces deux cas sont celles où la quantité consommée est supposée constante (Laspeyres, Paasche et Fisher). Les indices où la part de valeur est supposée constante (moyenne géométrique ou Törnqvist) donnent des résultats aberrants (indice global nul ou infini). En effet, supposer une part de valeur non nulle revient à supposer que si le prix est nul, alors la consommation en quantité devient infinie. L'hypothèse de fixité des parts de valeur de la consommation n'est certainement pas justifiée face à des variations extrêmes de prix.

L'indice de rang 1 admet une limite finie non nulle face à des prix nuls. En effet, un prix nul et une consommation forcément non infinie impose une part de valeur nulle. Dans ce cas l'indice de rang 1, imposant une liaison linéaire entre le prix et la part de valeur, fait décroître à la fois la valeur et le prix. Au moment où le prix devient nul, il est mesuré dans l'indice avec une part de valeur nulle et l'impact est limité.

Entre 0 et 1, le prix devient nul en 1 pour le produit k.

Etudions la limite de

$$I_{1,k} = \left(\frac{p_k(1)}{p_k(0)} \right)^{\frac{\omega_k(0) * p_k(1) - \omega_k(1) * p_k(0)}{p_k(1) - p_k(0)}} * \left[\exp(\omega_k(1) - \omega_k(0)) \right]$$

$$\log(I_{1,k}) = \frac{\omega_k(0) * p_k(1) - \omega_k(1) * p_k(0)}{p_k(1) - p_k(0)} * \log\left(\frac{p_k(1)}{p_k(0)}\right) + \omega_k(1) - \omega_k(0)$$

$$\log(I_{1,k}) = \frac{p_k(1) * \left(\omega_k(0) + \frac{q(1)_k * p_k(0)}{q(1)_k * p_k(1) + \sum_{h \neq k} q(1)_h * p_h(1)} \right)}{p_k(1) - p_k(0)} * \log\left(\frac{p_k(1)}{p_k(0)}\right) + \omega_k(1) - \omega_k(0)$$

$$\log(I_{1,k}) \xrightarrow[p_k(1) \rightarrow 0]{q_k(1) < \infty} -\omega_k(0)$$

Si $p_k(1) = 0$ alors le prolongement par continuité est $I_{1,k} = \exp(-\omega_k(0))$.

De même, si $p_k(0) = 0$ alors le prolongement par continuité est $I_{1,k} = \exp(\omega_k(1))$.

5.5 Synthèse.

Je propose la nouvelle famille d'indices de prix :

$$I_n = \prod_k \left(\frac{p_k(t)}{p_k(0)} \right)^{\alpha_{0,k}} * \prod_{\substack{i \geq 1 \\ k}} \left[\exp(p_k^i(t) - p_k^i(0)) \right]^{\alpha_{i,k}}$$

$$\text{tels que : } \omega_k(t) = \sum_{i=0}^n \alpha_{i,k} * (p_k(t))^i$$

En particulier l'indice de rang 1 est $\text{Ind}_1 = \prod_k I_{1,k}$ avec

$$I_{1,k} = \left(\frac{p_k(1)}{p_k(0)} \right)^{\frac{\omega_k(0) \cdot p_k(1) - \omega_k(1) \cdot p_k(0)}{p_k(1) - p_k(0)}} * [\exp(\omega_k(1) - \omega_k(0))]$$

prolongé par continuité par

$$I_{1,k} = 1 \quad \text{si :} \quad p_k(1) = p_k(0)$$

$$I_{1,k} = \exp(-\omega_k(0)) \quad \text{si :} \quad p_k(1) = 0$$

$$I_{1,k} = \exp(\omega_k(1)) \quad \text{si :} \quad p_k(0) = 0$$

$\text{Ind}_1 = \prod_k I_{1,k}$, présente déjà une élasticité valeur/prix acceptable et nettement

meilleure que celle des indices connus. $e_{k, \omega/p}(t) = \frac{\omega_k(1) - \omega_k(0)}{\frac{\omega_k(t)}{p_k(1) - p_k(0)} \cdot p_k(t)}$

Il serait possible aussi de montrer une solution algébrique pour les indices de rang quelconque avec les formules de résolution de système linéaire de Cramer et celle des déterminants de Vandermonde.

6. Simulations numériques : Fisher et Ind_1 sont les meilleurs estimateurs.

La base hebdomadaire des couples $(p_k; q_k)$ collectée par la société NIELSEN pour le café a servi à tester numériquement les indices. Le café a été sélectionné car l'objectif était d'étudier les effets de substitution. Pour cet objectif, les paquets de café présentent l'avantage d'être des produits facilement substituables entre eux et d'avoir subi une forte hausse des prix en 1994 due aux aléas climatiques au Brésil, suivie d'un retour partiel des prix à la normale les années suivantes.

Le fichier a été cylindré et agrégé mensuellement par J. Pougard. Les produits présents sur le marché les 36 mois et contribuant à plus de 0,05 % du chiffre d'affaires ont été conservés. Ainsi, seulement 97 produits ont été conservés (11,5 % du fichier d'origine) mais ils représentent 94 % du chiffre d'affaires.

Ce test s'est heurté très vite aux capacités physiques des ordinateurs. Les coefficients nécessaires deviennent vite très grands ou très petits. Les processeurs des micro-ordinateurs travaillent seulement sur 10 octets et les logiciels de statistique classique comme SAS souvent en double précision sur 8 octets. La représentation interne sur 8 octets n'est déjà pas suffisante pour éviter des pertes de précision au rang 3. En effet, le système classique de décimales flottantes perd des chiffres significatifs lors de la soustraction de deux nombres équivalents. Il est possible de résoudre cette question de précision en optimisant les calculs et en utilisant des logiciels spécifiques qui contournent par le logiciel les limitations du matériel.

Une autre question s'est posée avec le rang 3, celui des " effets de lame " lors de l'interpolation linéaire. Quand les prix deviennent égaux, le polynôme de rang 3 devient fortement contraint et l'obligation de passer par les points observés peut renvoyer la courbe interpolée à l'infini. Une étude beaucoup plus approfondie serait nécessaire.

Pour l'instant seules des simulations au rang 1 seront présentées.

Les quatre tableaux suivants montrent une simulation des indices de Fisher, moyenne géométrique, Törnqvist et l'Ind_1 avec la base Nielsen du café.

Le premier est l'indice mensuel, le deuxième est l'indice chaîné. Les deux derniers sont les mêmes indices mais avec un prix nul dans la simulation. Ils permettent de mesurer le comportement réel de ces indices face à des variations importantes de prix.

Les deux meilleurs estimateurs du concept d'indice de prix apparaissent être l'indice de Fisher et celui que je propose (Ind_1). Ind_1 a l'avantage d'être une approximation facilement compréhensible de l'indice de Divisia. Il s'agit d'estimer une courbe par une succession continue de segments.

Indices, base de calcul mensuelle.

| Année | Mois | Laspeyres | Paasche | Fisher | Géométrique | Törnqvist | Ind_1 |
|-------|------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 94 | 1 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| 94 | 2 | 102.5894 | 102.2192 | 102.4041 | 102.5443 | 102.4041 | 102.4050 |
| 94 | 3 | 101.2361 | 101.0425 | 101.1392 | 101.2051 | 101.1383 | 101.1388 |
| 94 | 4 | 101.2629 | 100.6724 | 100.9672 | 101.1821 | 100.9843 | 100.9806 |
| 94 | 5 | 100.9340 | 100.7297 | 100.8318 | 100.9020 | 100.8334 | 100.8331 |
| 94 | 6 | 102.9225 | 102.6823 | 102.8023 | 102.8737 | 102.8041 | 102.8043 |
| 94 | 7 | 107.8220 | 107.6716 | 107.7468 | 107.7735 | 107.7460 | 107.7468 |
| 94 | 8 | 113.8338 | 113.6192 | 113.7264 | 113.7132 | 113.7314 | 113.7291 |
| 94 | 9 | 110.1195 | 109.5639 | 109.8414 | 110.0036 | 109.8693 | 109.8660 |
| 94 | 10 | 106.8516 | 106.4753 | 106.6633 | 106.7234 | 106.6559 | 106.6585 |
| 94 | 11 | 103.7701 | 103.6682 | 103.7192 | 103.7400 | 103.7193 | 103.7194 |
| 94 | 12 | 102.8974 | 102.7227 | 102.8100 | 102.8705 | 102.8092 | 102.8100 |
| 95 | 1 | 101.2350 | 101.0760 | 101.1555 | 101.2140 | 101.1556 | 101.1558 |
| 95 | 2 | 100.5445 | 100.4297 | 100.4871 | 100.5262 | 100.4876 | 100.4876 |
| 95 | 3 | 100.2992 | 100.1372 | 100.2181 | 100.2651 | 100.2183 | 100.2182 |
| 95 | 4 | 98.2195 | 97.8352 | 98.0272 | 98.1716 | 98.0310 | 98.0292 |
| 95 | 5 | 99.6239 | 99.1830 | 99.4032 | 99.5671 | 99.4052 | 99.4042 |
| 95 | 6 | 99.9783 | 99.6380 | 99.8080 | 99.9341 | 99.8081 | 99.8080 |
| 95 | 7 | 100.4732 | 100.3722 | 100.4227 | 100.4545 | 100.4226 | 100.4226 |
| 95 | 8 | 97.5137 | 96.8017 | 97.1570 | 97.4217 | 97.1627 | 97.1588 |
| 95 | 9 | 99.0409 | 98.3347 | 98.6872 | 98.9668 | 98.6938 | 98.6908 |
| 95 | 10 | 100.1597 | 99.1847 | 99.6710 | 100.0310 | 99.6772 | 99.6740 |
| 95 | 11 | 98.2044 | 97.6548 | 97.9292 | 98.1274 | 97.9253 | 97.9250 |
| 95 | 12 | 99.9416 | 99.4754 | 99.7083 | 99.8846 | 99.7116 | 99.7105 |
| 96 | 1 | 101.0626 | 100.0724 | 100.5662 | 100.9468 | 100.5744 | 100.5729 |
| 96 | 2 | 98.6808 | 97.9737 | 98.3266 | 98.5998 | 98.3314 | 98.3287 |
| 96 | 3 | 97.6179 | 97.0083 | 97.3126 | 97.5442 | 97.3125 | 97.3104 |
| 96 | 4 | 100.1193 | 99.2193 | 99.6683 | 100.0058 | 99.6731 | 99.6715 |
| 96 | 5 | 97.6352 | 96.3941 | 97.0126 | 97.4382 | 97.0336 | 97.0247 |
| 96 | 6 | 99.2415 | 97.8131 | 98.5247 | 99.0275 | 98.5617 | 98.5511 |
| 96 | 7 | 100.8319 | 100.4191 | 100.6253 | 100.7595 | 100.6243 | 100.6247 |
| 96 | 8 | 98.5224 | 97.5724 | 98.0463 | 98.3957 | 98.0524 | 98.0485 |
| 96 | 9 | 99.1450 | 98.8948 | 99.0198 | 99.1161 | 99.0229 | 99.0217 |
| 96 | 10 | 100.1252 | 98.3780 | 99.2478 | 99.8600 | 99.2546 | 99.2519 |
| 96 | 11 | 100.4863 | 99.8693 | 100.1774 | 100.4096 | 100.1768 | 100.1770 |
| 96 | 12 | 100.1247 | 99.6341 | 99.8791 | 100.0727 | 99.8768 | 99.8774 |
| | | 150.4025 | 124.8054 | 137.0075 | 146.2990 | 137.2194 | 137.1481 |

Indice chaînes

| Année | Mois | Laspeyres | Paasche | Fisher | Géométrique | Törnqvist | Ind_1 |
|-------|------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 94 | 1 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| 94 | 2 | 102.5894 | 102.2192 | 102.4041 | 102.5443 | 102.4041 | 102.4050 |
| 94 | 3 | 103.8575 | 103.2848 | 103.5707 | 103.7801 | 103.5697 | 103.5713 |
| 94 | 4 | 105.1691 | 103.9793 | 104.5725 | 105.0069 | 104.5891 | 104.5869 |
| 94 | 5 | 106.1513 | 104.7380 | 105.4423 | 105.9541 | 105.4608 | 105.4582 |
| 94 | 6 | 109.2536 | 107.5474 | 108.3971 | 108.9989 | 108.4180 | 108.4156 |
| 94 | 7 | 117.7994 | 115.7980 | 116.7944 | 117.4719 | 116.8161 | 116.8143 |
| 94 | 8 | 134.0955 | 131.5687 | 132.8261 | 133.5811 | 132.8565 | 132.8518 |
| 94 | 9 | 147.6653 | 144.1519 | 145.8980 | 146.9440 | 145.9685 | 145.9589 |
| 94 | 10 | 157.7827 | 153.4861 | 155.6196 | 156.8237 | 155.6840 | 155.6777 |
| 94 | 11 | 163.7314 | 159.1163 | 161.4074 | 162.6888 | 161.4743 | 161.4680 |
| 94 | 12 | 168.4753 | 163.4486 | 165.9429 | 167.3587 | 166.0105 | 166.0052 |
| 95 | 1 | 170.5560 | 165.2074 | 167.8604 | 169.3904 | 167.9289 | 167.9239 |
| 95 | 2 | 171.4847 | 165.9173 | 168.6780 | 170.2818 | 168.7476 | 168.7427 |
| 95 | 3 | 171.9977 | 166.1449 | 169.0460 | 170.7333 | 169.1160 | 169.1109 |
| 95 | 4 | 168.9353 | 162.5482 | 165.7110 | 167.6116 | 165.7862 | 165.7781 |
| 95 | 5 | 168.2998 | 161.2202 | 164.7220 | 166.8860 | 164.8000 | 164.7904 |
| 95 | 6 | 168.2633 | 160.6367 | 164.4057 | 166.7760 | 164.4838 | 164.4741 |
| 95 | 7 | 169.0595 | 161.2346 | 165.1007 | 167.5340 | 165.1789 | 165.1691 |
| 95 | 8 | 164.8561 | 156.0778 | 160.4069 | 163.2145 | 160.4923 | 160.4763 |
| 95 | 9 | 163.2749 | 153.4787 | 158.3010 | 161.5282 | 158.3959 | 158.3753 |
| 95 | 10 | 163.5355 | 152.2274 | 157.7802 | 161.5783 | 157.8846 | 157.8591 |
| 95 | 11 | 160.5991 | 148.6574 | 154.5130 | 158.5526 | 154.6089 | 154.5835 |
| 95 | 12 | 160.5054 | 147.8776 | 154.0622 | 158.3695 | 154.1630 | 154.1359 |
| 96 | 1 | 162.2109 | 147.9846 | 154.9345 | 159.8690 | 155.0486 | 155.0190 |
| 96 | 2 | 160.0709 | 144.9860 | 152.3419 | 157.6306 | 152.4615 | 152.4282 |
| 96 | 3 | 156.2579 | 140.6485 | 148.2479 | 153.7596 | 148.3640 | 148.3284 |
| 96 | 4 | 156.4443 | 139.5504 | 147.7561 | 153.7685 | 147.8790 | 147.8411 |
| 96 | 5 | 152.7446 | 134.5183 | 143.3421 | 149.8293 | 143.4923 | 143.4425 |
| 96 | 6 | 151.5861 | 131.5766 | 141.2274 | 148.3722 | 141.4284 | 141.3642 |
| 96 | 7 | 152.8472 | 132.1280 | 142.1105 | 149.4991 | 142.3113 | 142.2473 |
| 96 | 8 | 150.5887 | 128.9205 | 139.3340 | 147.1007 | 139.5396 | 139.4713 |
| 96 | 9 | 149.3011 | 127.4956 | 137.9683 | 145.8005 | 138.1762 | 138.1069 |
| 96 | 10 | 149.4881 | 125.4277 | 136.9304 | 145.5964 | 137.1462 | 137.0738 |
| 96 | 11 | 150.2151 | 125.2638 | 137.1733 | 146.1927 | 137.3886 | 137.3165 |
| 96 | 12 | 150.4025 | 124.8054 | 137.0075 | 146.2990 | 137.2194 | 137.1481 |

Le même fichier d'origine avec un relevé élémentaire dont le prix est forcé à "0" en février 1996 et reprend sa valeur initiale en mars.

Indices, base de calcul mensuelle

| Année | Mois | Laspeyres | Paasche | Fisher | Géométrique | Törnqvist | Ind_1 |
|-------|------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|---------------|-----------------|
| | 1 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| 94 | 2 | 102.5894 | 102.2192 | 102.4041 | 102.5443 | 102.4041 | 102.4050 |
| 94 | 3 | 101.2361 | 101.0425 | 101.1392 | 101.2051 | 101.1383 | 101.1388 |
| 94 | 4 | 101.2629 | 100.6724 | 100.9672 | 101.1821 | 100.9843 | 100.9806 |
| 94 | 5 | 100.9340 | 100.7297 | 100.8318 | 100.9020 | 100.8334 | 100.8331 |
| 94 | 6 | 102.9225 | 102.6823 | 102.8023 | 102.8737 | 102.8041 | 102.8043 |
| 94 | 7 | 107.8220 | 107.6716 | 107.7468 | 107.7735 | 107.7460 | 107.7468 |
| 94 | 8 | 113.8338 | 113.6192 | 113.7264 | 113.7132 | 113.7314 | 113.7291 |
| 94 | 9 | 110.1195 | 109.5639 | 109.8414 | 110.0036 | 109.8693 | 109.8660 |
| 94 | 10 | 106.8516 | 106.4753 | 106.6633 | 106.7234 | 106.6559 | 106.6585 |
| 94 | 11 | 103.7701 | 103.6682 | 103.7192 | 103.7400 | 103.7193 | 103.7194 |
| 94 | 12 | 102.8974 | 102.7227 | 102.8100 | 102.8705 | 102.8092 | 102.8100 |
| 95 | 1 | 101.2350 | 101.0760 | 101.1555 | 101.2140 | 101.1556 | 101.1558 |
| 95 | 2 | 100.5445 | 100.4297 | 100.4871 | 100.5262 | 100.4876 | 100.4876 |
| 95 | 3 | 100.2992 | 100.1372 | 100.2181 | 100.2651 | 100.2183 | 100.2182 |
| 95 | 4 | 98.2195 | 97.8352 | 98.0272 | 98.1716 | 98.0310 | 98.0292 |
| 95 | 5 | 99.6239 | 99.1830 | 99.4032 | 99.5671 | 99.4052 | 99.4042 |
| 95 | 6 | 99.9783 | 99.6380 | 99.8080 | 99.9341 | 99.8081 | 99.8080 |
| 95 | 7 | 100.4732 | 100.3722 | 100.4227 | 100.4545 | 100.4226 | 100.4226 |
| 95 | 8 | 97.5137 | 96.8017 | 97.1570 | 97.4217 | 97.1627 | 97.1588 |
| 95 | 9 | 99.0409 | 98.3347 | 98.6872 | 98.9668 | 98.6938 | 98.6908 |
| 95 | 10 | 100.1597 | 99.1847 | 99.6710 | 100.0310 | 99.6772 | 99.6740 |
| 95 | 11 | 98.2044 | 97.6548 | 97.9292 | 98.1274 | 97.9253 | 97.9250 |
| 95 | 12 | 99.9416 | 99.4754 | 99.7083 | 99.8846 | 99.7116 | 99.7105 |
| 96 | 1 | 101.0626 | 100.0724 | 100.5662 | 100.9468 | 100.5744 | 100.5729 |
| 96 | 2 | 94.0018 | 92.5170 | 93.2564 | 0.0000 | 0.0000 | 93.8170 |
| 96 | 3 | 103.3754 | 101.5820 | 102.4748 | 97.2547 | infini | 101.8432 |
| 96 | 4 | 100.1193 | 99.2193 | 99.6683 | 100.0058 | 99.6731 | 99.6715 |
| 96 | 5 | 97.6352 | 96.3941 | 97.0126 | 97.4382 | 97.0336 | 97.0247 |
| 96 | 6 | 99.2415 | 97.8131 | 98.5247 | 99.0275 | 98.5617 | 98.5511 |
| 96 | 7 | 100.8319 | 100.4191 | 100.6253 | 100.7595 | 100.6243 | 100.6247 |
| 96 | 8 | 98.5224 | 97.5724 | 98.0463 | 98.3957 | 98.0524 | 98.0485 |
| 96 | 9 | 99.1450 | 98.8948 | 99.0198 | 99.1161 | 99.0229 | 99.0217 |
| 96 | 10 | 100.1252 | 98.3780 | 99.2478 | 99.8600 | 99.2546 | 99.2519 |
| 96 | 11 | 100.4863 | 99.8693 | 100.1774 | 100.4096 | 100.1768 | 100.1770 |
| 96 | 12 | 100.1247 | 99.6341 | 99.8791 | 100.0727 | 99.8768 | 99.8774 |
| | | 151.7213 | 123.4108 | 136.8358 | 0.0000 | indéfini | 136.9507 |

Indices chaîne

| Année | Mois | Laspeyres | Paasche | Fisher | Géométrique | Törnqvist | Ind_1 |
|-------|------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|-----------------|
| 94 | 1 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| 94 | 2 | 102.5894 | 102.2192 | 102.4041 | 102.5443 | 102.4041 | 102.4050 |
| 94 | 3 | 103.8575 | 103.2848 | 103.5707 | 103.7801 | 103.5697 | 103.5713 |
| 94 | 4 | 105.1691 | 103.9793 | 104.5725 | 105.0069 | 104.5891 | 104.5869 |
| 94 | 5 | 106.1513 | 104.7380 | 105.4423 | 105.9541 | 105.4608 | 105.4582 |
| 94 | 6 | 109.2536 | 107.5474 | 108.3971 | 108.9989 | 108.4180 | 108.4156 |
| 94 | 7 | 117.7994 | 115.7980 | 116.7944 | 117.4719 | 116.8161 | 116.8143 |
| 94 | 8 | 134.0955 | 131.5687 | 132.8261 | 133.5811 | 132.8565 | 132.8518 |
| 94 | 9 | 147.6653 | 144.1519 | 145.8980 | 146.9440 | 145.9685 | 145.9589 |
| 94 | 10 | 157.7827 | 153.4861 | 155.6196 | 156.8237 | 155.6840 | 155.6777 |
| 94 | 11 | 163.7314 | 159.1163 | 161.4074 | 162.6888 | 161.4743 | 161.4680 |
| 94 | 12 | 168.4753 | 163.4486 | 165.9429 | 167.3587 | 166.0105 | 166.0052 |
| 95 | 1 | 170.5560 | 165.2074 | 167.8604 | 169.3904 | 167.9289 | 167.9239 |
| 95 | 2 | 171.4847 | 165.9173 | 168.6780 | 170.2818 | 168.7476 | 168.7427 |
| 95 | 3 | 171.9977 | 166.1449 | 169.0460 | 170.7333 | 169.1160 | 169.1109 |
| 95 | 4 | 168.9353 | 162.5482 | 165.7110 | 167.6116 | 165.7862 | 165.7781 |
| 95 | 5 | 168.2998 | 161.2202 | 164.7220 | 166.8860 | 164.8000 | 164.7904 |
| 95 | 6 | 168.2633 | 160.6367 | 164.4057 | 166.7760 | 164.4838 | 164.4741 |
| 95 | 7 | 169.0595 | 161.2346 | 165.1007 | 167.5340 | 165.1789 | 165.1691 |
| 95 | 8 | 164.8561 | 156.0778 | 160.4069 | 163.2145 | 160.4923 | 160.4763 |
| 95 | 9 | 163.2749 | 153.4787 | 158.3010 | 161.5282 | 158.3959 | 158.3753 |
| 95 | 10 | 163.5355 | 152.2274 | 157.7802 | 161.5783 | 157.8846 | 157.8591 |
| 95 | 11 | 160.5991 | 148.6574 | 154.5130 | 158.5526 | 154.6089 | 154.5835 |
| 95 | 12 | 160.5054 | 147.8776 | 154.0622 | 158.3695 | 154.1630 | 154.1359 |
| 96 | 1 | 162.2109 | 147.9846 | 154.9345 | 159.8690 | 155.0486 | 155.0190 |
| 96 | 2 | 152.4811 | 136.9110 | 144.4865 | 0.0000 | 0.0000 | 145.4342 |
| 96 | 3 | 157.6280 | 139.0769 | 148.0622 | 0.0000 | indéfini | 148.1149 |
| 96 | 4 | 157.8160 | 137.9911 | 147.5710 | 0.0000 | indéfini | 147.6283 |
| 96 | 5 | 154.0839 | 133.0152 | 143.1625 | 0.0000 | indéfini | 143.2360 |
| 96 | 6 | 152.9153 | 130.1063 | 141.0505 | 0.0000 | indéfini | 141.1607 |
| 96 | 7 | 154.1874 | 130.6516 | 141.9325 | 0.0000 | indéfini | 142.0425 |
| 96 | 8 | 151.9091 | 127.4799 | 139.1595 | 0.0000 | indéfini | 139.2705 |
| 96 | 9 | 150.6103 | 126.0710 | 137.7954 | 0.0000 | indéfini | 137.9081 |
| 96 | 10 | 150.7989 | 124.0261 | 136.7589 | 0.0000 | indéfini | 136.8765 |
| 96 | 11 | 151.5323 | 123.8641 | 137.0015 | 0.0000 | indéfini | 137.1188 |
| 96 | 12 | 151.7213 | 123.4108 | 136.8358 | 0.0000 | indéfini | 136.9507 |

L'indice de Fisher et Ind_1 qui possèdent de bonnes propriétés théoriques, sont très proches et se comportent convenablement face à des variations extrêmes de prix.

Références.

Ardilly, P. and Guglielmetti, F. (1993), La précision de l'indice des prix, *Economie et statistique*, n°267, 13-29.

Armatte, M. (1996), les index numbers : controverse sur une approche probabiliste, *Histoire du calcul des probabilités* n°24, Centre d'Analyse et de Mathématiques Sociales, EHESS-CNRS-PARIS IV.

Balk, B.M. (1995), Axiomatic Price index theory, *International Statistical Review*, 63, 69-93.

Balk, B.M. (2000), Divisia price and quantity indices : 75 years after, Draft, July 18, Department of statistical methods, Statistics Netherlands.

Boskin, M., Dulberger, E., Griliches, Z., Gordon, R., Jorgensen, D. (1996), Toward a more accurate measure of the cost of living, Final report to the U.S. Senate Finance Committee.

Diewert, W.E. (1976), Exact and Superlative Index Numbers, *Journal of econometrics*, vol. 4, n°2, pp. 115-145.

Diewert, W.E. (1995), Axiomatic and economic approaches to elementary price indexes, discussion paper n° 95-01, University of British Columbia, Vancouver, Canada.

Divisia, F. (1925), L'indice monétaire et la théorie de la monnaie, *revue d'économie politique*, tome 39, 842-861, 980-1008 et 1121-1151.

Gazzei, D. and Lemmi, A. (1995), A Divisia index approach for public services prices : a case study, *Proceedings of the international seminar*, Dec. 18-20, University of Florence, dipartimento di statistica.

Glaude, M. (1997), Du bon usage des indices de prix à la consommation, *La Revue Française du Marketing*, n°161, 5-20.

Lacroix, T. and Bascher, J. (1998), De l'utilisation des méthodes hédoniques dans l'IPC : application aux biens durables et à l'habillement. Quatrième conférence internationale du groupe d'Ottawa, Washington, avril 1998.

Lequiller, F. (1997), Does the French consumer price index overstate inflation? Insee, document de travail G9714.

Magnien, F. and Pougard, J. (1999), Approche non paramétrique de l'indice à utilité constante, Version provisoire présentée à l'atelier sur les indices de l'Insee.

Magnien, F., Bascher, J., Bonotaux, J. (1999), Comment prendre en compte les fortes variations de prix, en particulier les gratuités, dans l'IPC? Version provisoire, document interne présenté à l'atelier de l'Insee sur les indices, France.

Moulton, B. R. (1996), Constant elasticity cost-of-living index in share relative form, paper prepared for the third meeting of the Ottawa Group in Voorburg, April 1997, Netherlands.

Poinat, F. (1996) estimation of the potential bias on the french CPI due to the annual linking of intermediary aggregates. Insee, n° 454/F320, paper presented in the third meeting of the Ottawa Group in Voorburg, April 1997, Netherlands.

Quaranta, V. (1995) Sensitivity to the choice of the formula for compiling elementary aggregates, Paper for the Task Force III of the European program for CPI harmonisation.

Roger, S. (1997), A robust measure of core inflation in new zealand, 1949-96, Third meeting of the international working group on price indices (Ottawa Group), Voorburg, Netherlands, 16-18 april 1997.

Saglio, A. (1994), Comparatives Changes in average price and price index : two case studies, International conference on price indices, Ottawa october 31-november 2, Statistics Canada.

Schultz, B. (1995), Criterion for adequate linking paths in chain indices with a case study on multi-country price and volume comparisons, Proceedings of the international seminar, Dec. 18-20, University of Florence, dipartimento di statistica.

Silver, M. S. (1995) Elementary aggregates, Micro-indices and scanner data : somme issues in compilation of consumer price indices, Review of Incomes and Wealth, series 41, n° 4, 427-438.

Turvey, R. et al. (1989), Consumer price indice : an ILO manual, Geneva, international Labour Office.

Turvey, R. (1995), Elementary aggregate (micro) indexes, Proceedings of the international seminar, Dec. 18-20, University of Florence, dipartimento di statistica.

Viglino, L. (1995), On the usefulness of the geometric mean, proceedings of joint ECE/ILO meeting on consumer price indices, Geneva, 20-24 November 1995.

Viglino, L. (1995), Laspeyres price index substitution and quality adjustment, Proceedings of the international seminar, Dec. 18-20, University of Florence, dipartimento di statistica.

Viglino, L. and Montiel, S. (1995), Effet du chaînage annuel, Note interne Insee, n° 176/F320, June 1995.

Viglino, L. (1999), Constant utility index is the same than Divisia's Index. Suggestion for a new index using another Proxy. International Statistical Institute, Helsinki, 10-18 August 1999.

Vogt, A. (1989), Rapide historique du problème des indices et étude de la solution de Divisia. Journal de la société de statistique de Paris, tome 130, n°1, 17-35.