



Un exemple d'application de la décomposition de la mesure de Gini aux inégalités par genre et par catégories socioprofessionnelles

Malik Koubi *

Stéphane Mussard **

Françoise Seyte **

Michel Terraza **

* DARES, Département Salaires

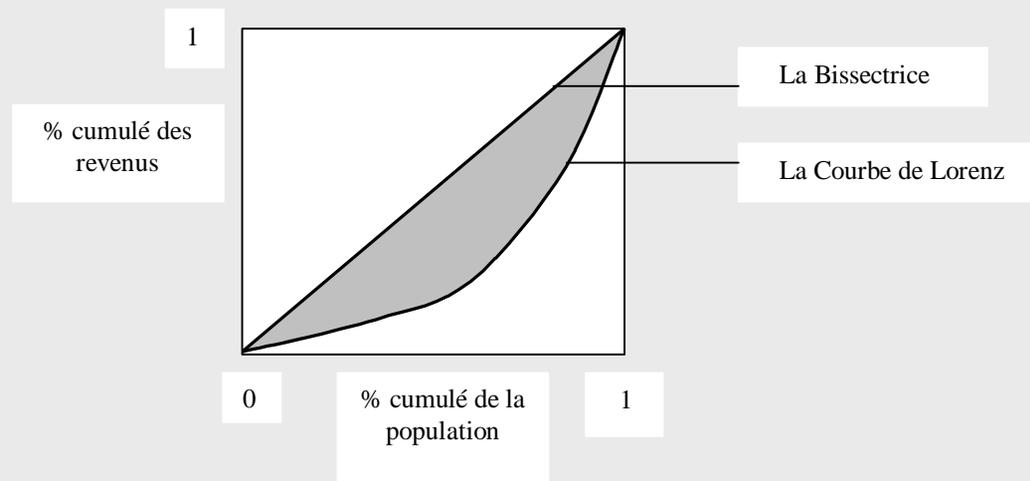
** LAMETA, UFR Sciences Economiques, Université de Montpellier I

JMS - INSEE
Lundi 14 Mars 2004
Paris

I. Introduction

→ L'indice de Gini (1914) provient de la différence moyenne de Gini (1912).

→ Gini (1914) montre aussi que son indice se calcule par l'intermédiaire de la courbe de Lorenz (1905). Techniquement, il mesure deux fois l'aire contenue entre la première bissectrice et la courbe de Lorenz.





II. La décomposition de l'indicateur de Gini

La décomposition en sous-groupes

Définition: séparer une mesure d'inégalité en indice intragroupe et indice intergroupe

$$I = I_w + I_b$$

- Theil (1967) pour l'entropie
- Battacharya-Mahalanobis pour Gini (1969)
- Pyatt (1976) : décomposition de Gini et théorie des jeux
- Silber (1989) : décomposition de Gini et approche matricielle
- Lambert et Aronson (1993) : décomposition de Gini et courbe de Lorenz
- Mookherjee et Shorrocks (1982) : remise en question de la décomposition. Il existe 3 composantes.
- Dagum (1997) : décomposition de Gini et transvariation



- Indice de Gini et différence moyenne de Gini

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^n |y_i - y_r|}{2n^2\mu}$$

y_i = revenus, salaires

n = taille de la distribution

μ = moyenne

- L 'indice de Gini intragroupe

$$G_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_j} |y_i - y_r|}{2n_j^2\mu_j}$$

n_j = taille du groupe j

μ_j = moyenne du groupe j



- L 'indice de Gini entre 2 groupes
[Dagum (1987)]

→ n_j et n_h = tailles des groupes j et h

→ μ_j et μ_h = moyennes des groupes j et h

$$G_{jh} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{k=1}^{n_h} |y_{ji} - y_{hk}|}{n_j n_h (\mu_j + \mu_h)}, \quad \forall j, h = 1, \dots, k .$$



- Les pondérations

→ part de population du groupe j

→ part de revenu du groupe j

$$p_j = \frac{n_j}{n}, \quad s_j = \frac{n_j \mu_j}{n \mu}.$$



- La décomposition en deux composantes

$$G = \sum_{j=1}^k G_{jj} p_j s_j + \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} (p_j s_h + p_h s_j)$$

$$G = G_w + G_{gb}$$

→ Une autre formulation

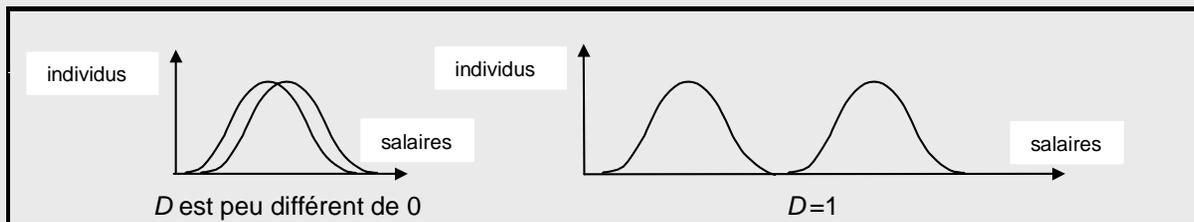
$$G = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_j} |y_{ji} - y_{jr}|}{2n^2\mu} + \frac{2 \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} \sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_h} |y_{ji} - y_{hr}|}{2n^2\mu}$$



- Les distances économiques : Dagum (1980)
→ Formulation

$$D_{jk} = \frac{\left(\sum_{y_{ji} < y_{jw}} (y_{jw} - y_{ji}) \right) - \left(\sum_{y_{ji} > y_{jw}} (y_{ji} - y_{jw}) \right)}{\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{h=1}^{n_k} |y_{ji} - y_{jw}|}, \forall \mu_j < \mu_k$$

- Représentation





- La décomposition en trois éléments
→ Formulation

$$G = \sum_{j=1}^k G_{jj} p_j s_j + \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} D_{jh} (p_j s_h + p_h s_j) + \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} (1 - D_{jh}) (p_j s_h + p_h s_j)$$

→ Définitions de G_w , G_b , G_t

$$G = G_w + G_b + G_t$$

→ Décomposition en deux composantes

$$G = G_w + G_{gb}$$

$$G_{gb} = G_b + G_t$$



- Propriétés
→ si $\mu_1 = \dots = \mu_k = \mu$ (distributions i.i.d.)

$$G = G_w + G_t$$

- Distributions également distribuées

$$D_{jk} = 0, G_b = 0, G_{jk} = G_{jj} = G = G_w = G_t = 0$$

- Des inégalités intergroupes complexes
→ G_{gb} augmente
 - G_{nb} diminue
 - G_t augmente



III. Illustration

- Décomposition par sexe

Tableau 1 : Indices de Gini par sexe en 1976 et 2000

Mesures	1976	2000
Gini total (G)	0,3221	0,2962
G_w	0,1821 (56,54)	0,1642 (55,44)
G_b	0,0642 (19,93)	0,0386 (13,03)
G_t	0,0758 (23,53)	0,0934 (31,53)
$G_{gb} = G_b + G_t$	0,14 (43,46)	0,1320 (44,56)

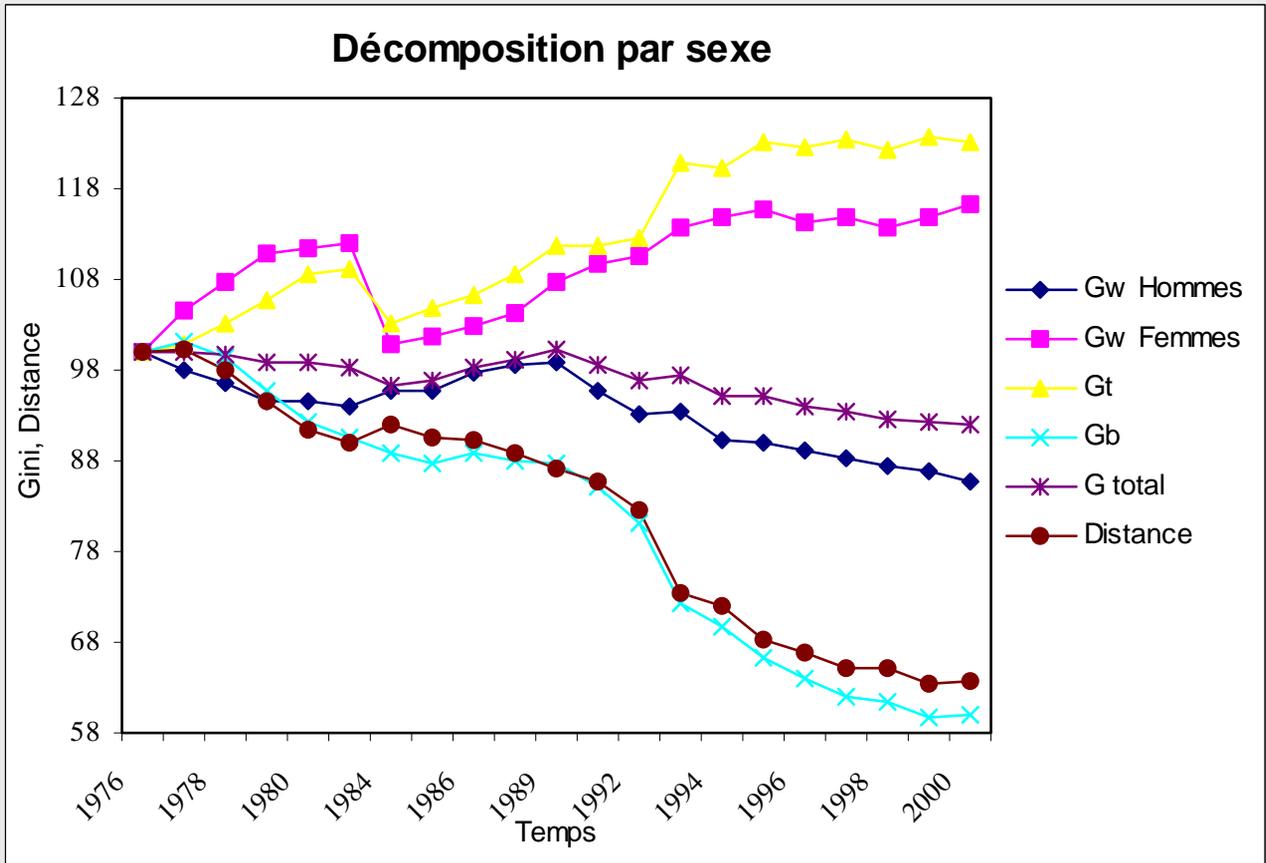
* Les valeurs entre parenthèses sont les contributions des éléments à l'inégalité totale G

** Source : Déclaration annuelle de données sociales : salariés à temps plein du secteur privé

→ Augmentation des inégalités chez les femmes : 8,25% à 10,4% de l'inégalité totale

→ Complexité intergroupe : $G_b \downarrow, G_t \uparrow, G_{gb} \downarrow$

→ $G_b = 0$ ($\mu_j = \mu_h$) : année 2065





- Décomposition par PCS

Tableau 2 : Indices de Gini par PCS en 1976 et 2000

Mesures	1976	2000
Gini total (G)	0,3222	0,2961
G_w	0,0961 (29,83)	0,0577 (19,49)
G_b	0,1340 (41,59)	0,1741 (58,80)
G_t	0,0921 (28,58)	0,0643 (21,71)
$G_{gb} = G_b + G_t$	0,2261 (70,17)	0,2384 (80,51)

* Les valeurs entre parenthèses sont les contributions des éléments à l'inégalité totale G

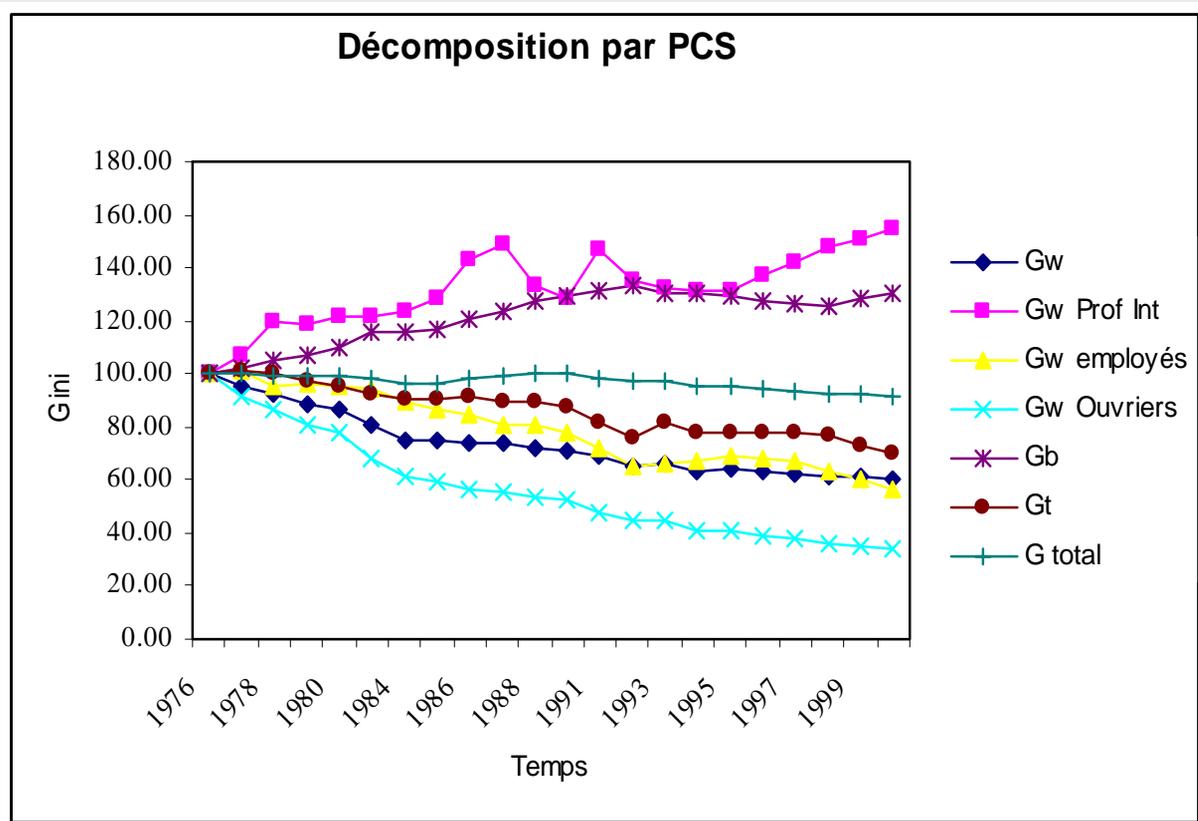
** Source : Déclaration annuelle de données sociales : salariés à temps plein du secteur privé

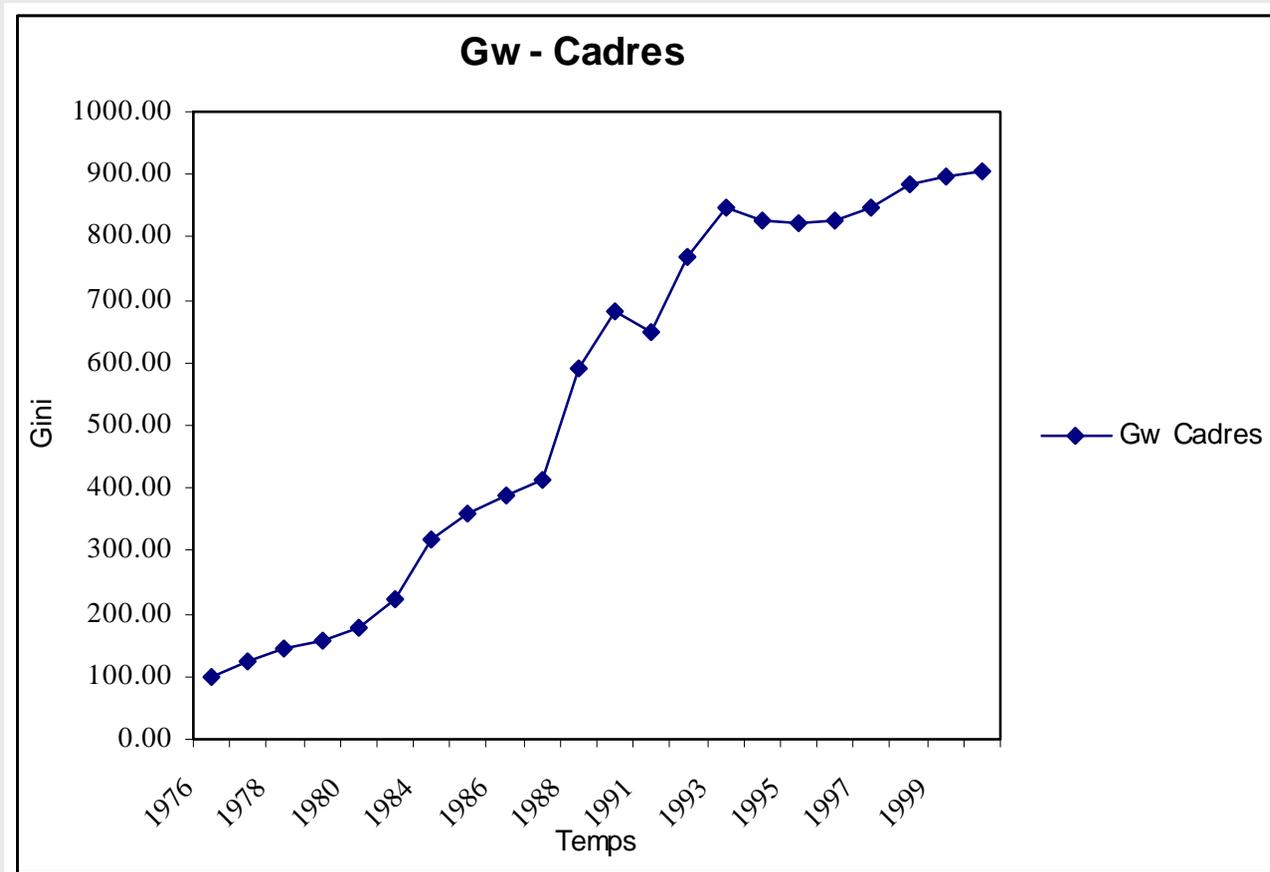
- Forte diminution chez les ouvriers et employés -63,4% et -38,1%
- Cadres : 0,32% en 1976 → 3,19% en 2000 (nombre de cadres passe de 9% à 26%)
- Employés : 3,11% de l'inégalité totale en 2000
- Professions intermédiaires : 5,39% en 2000
- Relation opposée : Inégalité/Pauvreté



L A M E T A

Laboratoire Montpellierain
d'Economie Théorique et Appliquée







IV. Conclusion

- Les décompositions augmentent les déterminants des inégalités
- Les décompositions intègrent de plus en plus les modèles paramétriques
- Décompositions et pauvreté