

**Estimation d'un modèle à paramètres
variables par la méthode d'entropie croisée
généralisée
et
application à la répartition des coûts de
production en agriculture**

Ludo PEETERS (), Yves SURRY(**)*

*(*Limburg University, Hasselt, Belgique*

*(**) Swedish University of Agricultural Sciences, Uppsala, Suède*

OBJECTIFS

- Tout d'abord, nous présentons une procédure utilisant la notion d'entropie croisée généralisée (ECG) pour obtenir des coefficients de répartition des coûts à partir de données comptables d'entreprises.

La procédure proposée comporte néanmoins un élément novateur : elle permet d'estimer des coefficients de répartition des coûts spécifiques à chaque firme.

- Le deuxième objectif de cette étude est d'appliquer ce modèle de répartition des coûts à paramètres variables à un échantillon d'exploitations agricoles bretonnes.

MODELE DE REPARTITION DES COUTS A PARAMETRES VARIABLES

$$x_{it} = \sum_{k=1}^K \beta_{ikt} y_{kt} + u_{it} \quad (1)$$

x_{it} = dépenses par la firme t en intrant i ,

y_{kt} = valeur totale du bien k produit par la firme t ,

β_{ikt} = paramètre variable, spécifique à chaque firme,

u_{it} = terme résiduel stochastique

CONTRAINTES

$$1) \beta_{ikt} \geq 0$$

$$2) \sum_i x_{it} = \sum_i \sum_k \beta_{ikt} y_{kt} = \sum_k (\sum_i \beta_{ikt}) y_{kt} = \sum_k y_{kt}$$

$$3) \sum_i \beta_{ikt} = 1 \quad \forall k, t$$

$$4) \beta_{ikt} = 0 \quad \forall k, t \quad \text{si } x_{it} = 0.$$

5) Interdépendance entre équations \Rightarrow Approche système

PARAMETRES VARIABLES ALEATOIRES

$$\beta_{ikt} = \bar{\beta}_{ik} + v_{ikt} \quad (1)$$

$$x_{it} = \sum_{k=1}^K (\bar{\beta}_{ik} + v_{ikt}) y_{kt} + u_{it} = \sum_{k=1}^K \bar{\beta}_{ik} y_{kt} + \sum_{k=1}^K v_{ikt} y_{kt} + u_{it} = \sum_{k=1}^K \bar{\beta}_{ik} y_{kt} + \varepsilon_{it} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{it} = \sum_k v_{ikt} y_{kt} + u_{it} \quad (3)$$

$$\bar{\beta}_{ik} \quad i \in \mathcal{I}, k \quad (4)$$

$$\bar{\beta}_{ik} + v_{ikt} \quad i \in \mathcal{I}, k, t \quad (5)$$

$$\sum_i \bar{\beta}_{ik} = 1 \quad \forall k \quad (6)$$

PARAMETRES VARIABLES ALEATOIRES (Suite)

$$\sum_i (\bar{\beta}_{ik} + v_{ikt}) = 1 \quad \square \quad \acute{I}k, t \quad (7)$$

$$\sum_i v_{ikt} = 0 \quad \square \quad \acute{I}k, t \quad (8)$$

$$\sum_i u_{it} = 0 \quad \square \quad \acute{I}t \quad (9)$$

MODELE DE REPARTITION DES COUTS ET FORMULATION ECG (Notations)

Vecteurs de probabilités inconnues

$$\mathbf{p}_{ik} \in [p_{ik,1}, \dots, p_{ik,M}] \quad (M \text{ ; } \mathbb{R})$$

$$\mathbf{w}_{ikt} \in [w_{ikt,1}, \dots, w_{ikt,G}] \quad (G \text{ ; } \mathbb{R})$$

$$\boldsymbol{\mu}_{it} \in [\mu_{it,1}, \dots, \mu_{it,G}] \quad (G \text{ ; } \mathbb{R})$$

Vecteurs supports

$$\mathbf{z}' = [z_1, \dots, z_M] \text{ associés à } \beta_{ik} \quad \text{et} \quad \beta_{ik} = \mathbf{z}' \mathbf{p}_{ik}$$

$$\mathbf{r}' = [r_1, \dots, r_G] \text{ associés à } v_{ikt} \quad \text{et} \quad v_{ikt} = \mathbf{r}' \mathbf{w}_{ikt}$$

$$\mathbf{e}' = [e_1, \dots, e_G] \text{ associés à } u_{it} \quad \text{et} \quad u_{it} = \mathbf{e}' \boldsymbol{\mu}_{it}$$

Informations préalables (prior information)

$$\mathbf{p}_{ik}^0 \quad \mathbf{w}_{ikt}^0, \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\mu}_{it}^0$$

MODELE

$$\text{Min}_{p, w, \mu} \text{CE} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K p_{ik} \frac{p_{ik}}{p_{ik}^o} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T w_{ikt} \frac{w_{ikt}}{w_{ikt}^o} + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \mu_{it} \frac{\mu_{it}}{\mu_{it}^o} \quad (10)$$

sous les contraintes suivantes :

$$x_{it} = \sum_{k=1}^K (z_{p_{ik}} + r_{w_{ikt}}) y_{kt} + e_{\mu_{it}} \hat{h}_{i,t} \quad (11)$$

$$z_{p_{ik}} + r_{w_{ikt}} \leq \hat{h}_{i,k}, t \in \{t_k\} \quad (12)$$

$$z_{p_{ik}} + r_{w_{ikt}} = 0 \quad \hat{h}_{i,k}, t \in \{t_k\} \quad (13)$$

$$\frac{1}{T_k} \sum_{t \in \{t_k\}} (z_{p_{ik}} + r_{w_{ikt}}) = z_{p_{ik}} \quad \hat{h}_{i,k} \quad (14)$$

MODELE (Suite)

$$\sum_{i=1}^N z_{ik} p_{ik} + r \sum_{i=1}^N w_{ikt} = 1 \quad \forall k, t \in \{t_k\} \quad (15a)$$

$$\sum_{i=1}^N z_{ik} p_{ik} = 1 \quad \forall k \quad (15b)$$

$$\sum_{i=1}^N e_{it} \mu_{it} = 0 \quad \forall t \quad (15c)$$

$$\sum_{m=1}^M p_{ik,m} = 1 \quad \forall i, k \quad (16a)$$

$$\sum_{g=1}^G w_{ikt,g} = 1 \quad \forall k, t \quad (16b)$$

$$\sum_{g=1}^G \mu_{it,g} = 1 \quad \forall i, t \quad (16c)$$

MINIMISATION DE L'ENTROPIE CROISEE

- Déterminer des estimations des vecteurs-paramètres (probabilités) inconnus p_{ik} , w_{ikt} et u_{it} , qui s'écartent des vecteurs de référence préalables et connues, p_{ik}^0 , w_{ikt}^0 et u_{it}^0 tout en minimisant les différences correspondantes (Golan et al., 1996, p. 11).

- La résolution de ce programme d'optimisation sous contraintes permet donc d'estimer les paramètres moyens inconnus ($\bar{\beta}_{ik}$) les éléments propres à chaque firme (v_{ikt}) et les termes résiduels (u_{it}) restants à l'aide des expressions suivantes :

$$\bar{\beta}_{ik} = \mathbf{z}'\hat{\mathbf{p}}_{ik}, \quad \hat{v}_{ikt} = \mathbf{r}'\hat{\mathbf{w}}_{ikt}, \quad \text{et} \quad \hat{u}_{it} = \mathbf{e}'\hat{\boldsymbol{\mu}}_{it}, \quad \text{avec} \quad \hat{\beta}_{ikt} = \mathbf{z}'\hat{\mathbf{p}}_{ik} + \mathbf{r}'\hat{\mathbf{w}}_{ikt}.$$

- En conséquence, un nombre de paramètres égal à $NK + NKT + NT$ (correspondant aux NK paramètres moyens, NKT composantes individuelles propres à chaque firme et les NT erreurs aléatoires) doit être estimé avec seulement NT observations.

APPLICATION EMPIRIQUE

Données utilisées

- 34 exploitations agricoles bretonnes (T =34) à orientation lait/viande bovine

- Données issues du RICA
- Quatre activités de production :

produits végétaux, viande bœuf, lait, porc

-Six intrants :

*intraconsommation de produits végétaux, engrais,
produits phyto-sanitaires et vétérinaires,
aliments composés,
autres intrants divers,
valeur ajoutée brute (VAB),*

- 25 exploitations sur 34 ont une activité porcine

Tableau 1 : Dépenses en intrants et valeur de la production (moyennes 2000-2001)

	Nombre d'exploitations agricoles	Minimum	Moyenne	Maximum	Ecart type
<u>A, Dépenses en intrants et valeur de la production(€ 1 000)</u>					
Intrants					
Produits végétaux	33	0,00	9,38	39,60	8,82
Engrais	34	2,22	4,74	16,56	2,74
Produits phytosanitaires et vétérinaires	34	2,30	10,65	31,62	6,61
Aliments composés	34	4,42	54,26	173,70	40,90
Autres intrants divers	34	24,62	63,02	246,06	44,33
Valeur ajoutée brute	34	9,20	84,06	242,35	55,14
Total		65,61	226,10	678,49	127,00
Produits					
Produits végétaux	34	0,80	17,69	49,16	11,29
Viande bovine	34	1,86	29,99	506,44	44,24
Lait	34	28,80	84,75	200,00	42,43
Viande de porc	25	0,00	93,68	454,59	95,65
Total	34	65,61	226,10	678,49	127,00
<u>B, Parts des dépenses en intrants et parts de la valeur de la production (%)</u>					
Intrants					
Produits végétaux	33	0,0	4,2	8,7	2,2
Engrais	34	0,8	2,6	8,0	1,8
Produits phytosanitaires et vétérinaires	34	2,9	4,8	11,3	1,8
Aliments composés	34	4,4	22,5	59,8	10,6
Autres intrants	34	12,4	29,6	62,1	11,7
Valeur ajoutée brute	34	10,0	36,2	53,1	11,8
Total			100,0		
Produits					
Produits végétaux	34	0,2	9,1	33,9	6,3
Viande bovine	34	0,7	14,9	75,0	18,2
Lait	34	17,3	40,9	64,8	14,0
Viande de porc	25	0,0	35,1	72,9	25,7
Total			100,0		
<u>C. Autres caractéristiques structurelles</u>					
Surface arable (hectares)	34	0,00	2,70	6,60	1,56
Surface fourragère (hectares)	34	1,77	4,28	8,77	1,98
Cheptel (1000 UB)	34	4,21	15,90	50,94	9,36

APPLICATION EMPIRIQUE

Valeurs support

- $\mathbf{z}' = [0, 1]$ avec $M = 2$ associés à $\bar{\beta}_{ik}$ et $\bar{\beta}_{ik} = \mathbf{z}'\mathbf{p}_{ik}$
- $\mathbf{r}' = [-1, 0, 1]$ avec $G = 3$ associés à v_{ikt} et $v_{ikt} = \mathbf{r}'\mathbf{w}_{ikt}$
- $\mathbf{e}' = [-3\sigma_i, 0, 3\sigma_i]$ avec $G = 3$ où σ_i est l'écart type de la variable dépendante.

Informations préalables

- $\mathbf{p}_{ik}^{\circ}' = [p_{ik,1}^{\circ}, p_{ik,2}^{\circ}] = [1 - \alpha_i, \alpha_i]$ où α_i est le coefficient budgétaire total moyen de l'intrant i
- $\mathbf{w}_{ikt}^{\circ}'$ et $\boldsymbol{\mu}_{it}^{\circ}' = [1/3, 1/3, 1/3]$

Tableau 2: Estimations ECG des coefficients moyens et intervalles de confiance à 95% obtenus par bootstrap

Intrants	Produits			
	Produits	Viande de boeuf	Lait	Viande de porc
<u>A. paramètres variables (V-ECG)</u>				
Produits végétaux	0,053 (0,042/0,061)	0,033 (0,024/0,044)	0,021 (0,015/0,029)	0,071 (0,051/0,092)
Engrais	0,043 (0,035/0,052)	0,029 (0,023/0,039)	0,042 (0,036/0,048)	
Produits phytosanitaires et vétérinaires	0,060 (0,048/0,072)	0,043 (0,036/0,051)	0,022 (0,016/0,033)	0,078 (0,059/0,096)
Aliments composés		0,339 (0,200/0,467)	0,199 (0,167/0,236)	0,267 (0,250/0,294)
Autres intrants divers	0,394 (0,359/0,432)	0,258 (0,167/0,236)	0,317 (0,269/0,374)	0,238 (0,191/0,270)
Valeur ajoutée brute	0,450 (0,398/0,491)	0,298 (0,269/0,374)	0,399 (0,336/0,449)	0,346 (0,309/0,404)
<u>B. Paramètres fixes (F-ECG)</u>				
Produits végétaux	0,100 (0,037/0,199)	0,006 (0,000/0,027)	0,056 (0,034/0,081)	0,038 (0,001/0,057)
Engrais	0,117 (0,006/0,192)	0,008 (0,002/0,050)	0,028 (0,011/0,047)	
Produits phytosanitaires et vétérinaires	0,140 (0,054/0,200)	0,042 (0,019/0,054)	0,046 (0,032/0,067)	0,034 (0,023/0,052)
Aliments composés		0,493 (0,199/0,620)	0,145 (0,081/0,219)	0,287 (0,261/0,339)
Autres intrants divers	0,305 (0,218/0,444)	0,195 (0,089/0,358)	0,370 (0,259/0,517)	0,227 (0,045/0,334)
Valeur ajoutée brute	0,337 (0,205/0,470)	0,257 (0,199/0,383)	0,356 (0,237/0,431)	0,414 (0,312/0,600)

Figure 1: Distribution des coefficients individuels obtenus pour le modèle V-GCE.

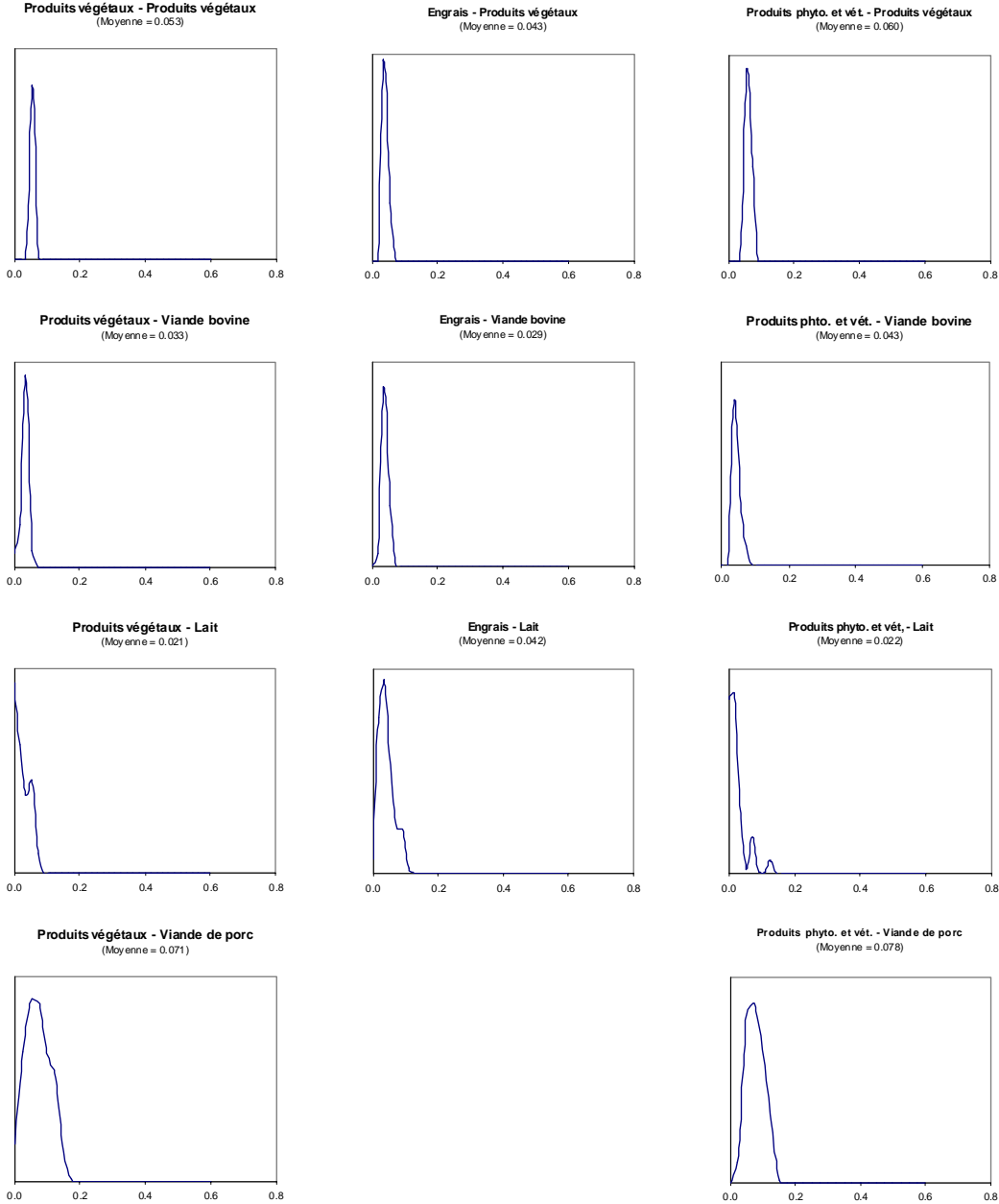


Figure 1 (Suite).

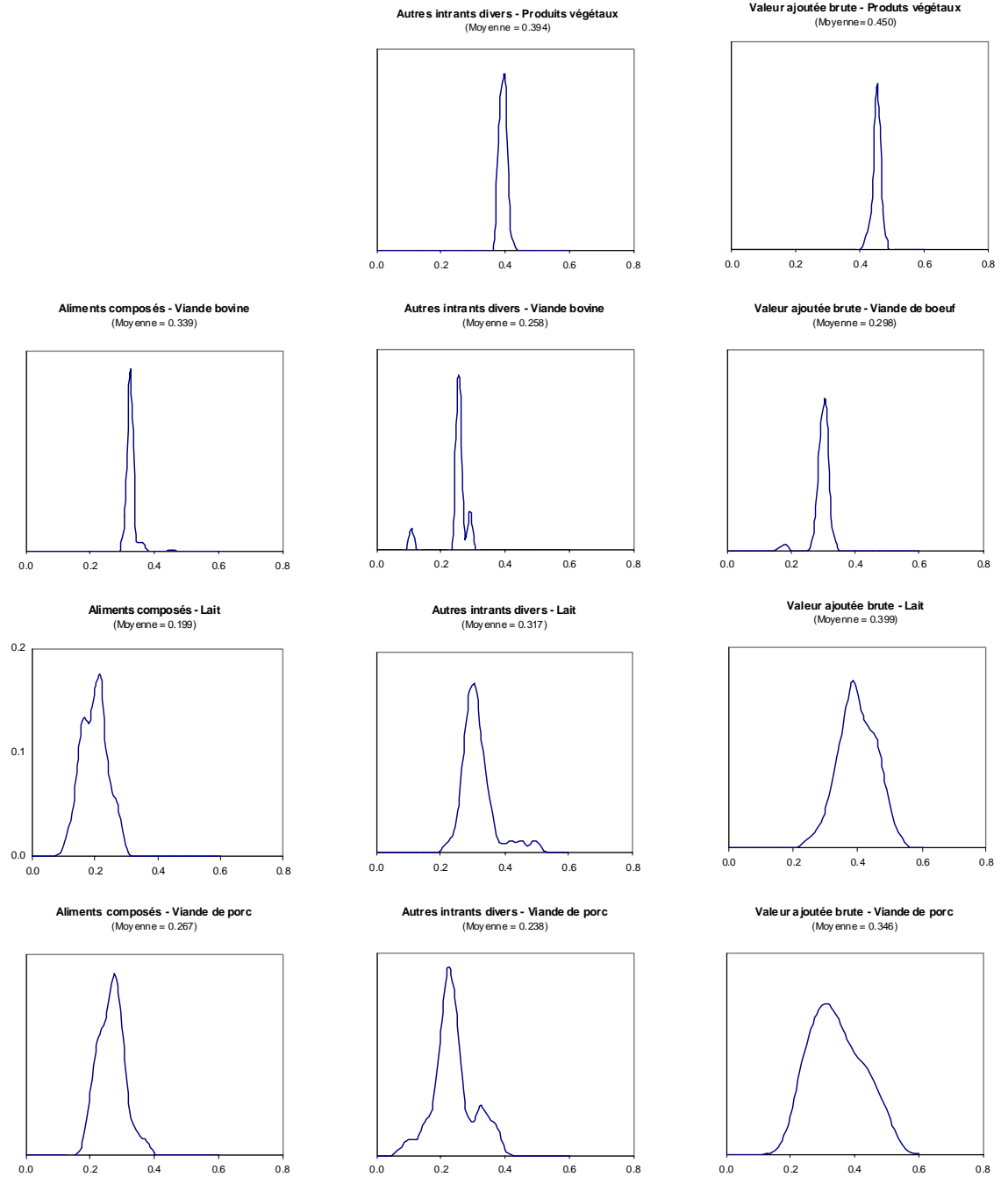


Tableau 6: Pseudo- R^2 et statistique $MAPE$ pour les modèles V-ECG et F-ECG

Intrants	Modèle à paramètres variables (V-ECG)				Modèle à paramètres fixes (F-ECG)	
	Paramètres <i>individuels</i> estimés		Paramètres <i>moyens</i> estimés		Pseudo- R^2	$MAPE$
	Pseudo- R^2	$MAPE$	Pseudo- R^2	$MAPE$		
Produits végétaux	0,997	8,1%	0,544	77,9%	0,693	54,9%
Engrais	0,999	0,7%	0,296	43,0%	0,427	34,9%
Produits phyto. et vét.	0,998	3,2%	0,597	35,9%	0,783	26,7%
Aliments composés	0,976	22,3%	0,769	38,7%	0,873	37,1%
Autres intrants divers	0,943	17,2%	0,620	32,6%	0,640	31,2%
Valeur ajoutée brute	0,962	22,1%	0,722	38,8%	0,750	33,7%

CONCLUSIONS

- Prise en compte de l'hétérogénéité des firmes
- Mise en œuvre de l'approche ECG et "efficacité" de cette méthode
- Résultats plausibles
- Application à des exploitations agricoles