

Nouvelles mesures de dépendance pour une modélisation alpha stable

Bernard GAREL¹ et Bernédy KODIA²

Les lois alpha-stables, généralisations de la loi gaussienne, constituent une classe très riche de distributions de probabilités qui prend en compte l'asymétrie et les queues lourdes. Ce sont des lois pour lesquelles l'exposant caractéristique α appartient à l'intervalle $]0,2]$, la loi gaussienne correspondant à $\alpha = 2$. Une telle classe de lois se révèle très intéressante pour la modélisation de nombreux phénomènes physiques et de données financières. Toutefois, la difficulté de définir une mesure de dépendance appropriée, ajoutée au problème de la non existence de forme explicite de la densité pour la plupart de ces lois, a pendant longtemps restreint leur utilisation.

Les lois stables non-gaussiennes ont une variance infinie. Il en résulte que la covariance et le coefficient de corrélation ne sont plus définis et que l'espace vectoriel de ces distributions pour $1 \leq \alpha < 2$ n'est plus qu'un espace de Banach.

Après avoir rappelé quelques définitions de base, nous donnons quelques exemples de phénomènes relevant d'un modèle alpha-stable et présentons également quelques outils de modélisation. Puis nous passons en revue certains concepts introduits dans le contexte symétrique alpha-stable : la covariation définie pour $1 < \alpha \leq 2$ et la codifférence définie pour $0 < \alpha \leq 2$, desquels découlent des coefficients de dépendance.

Sur la base de la covariation ont été proposés respectivement le coefficient de covariation et le coefficient de covariation symétrique. Dans la même veine, nous proposons une nouvelle mesure de dépendance que nous appelons coefficient de covariation symétrique signé. Nous présentons une étude et une interprétation de ce coefficient pour une classe de lois stables : les vecteurs stables sous-gaussiens. Les lois stables sous-gaussiennes, mélanges continus de lois gaussiennes sur les variances, viennent d'un produit judicieux entre le radical d'une loi stable totalement asymétrique à droite d'exposant caractéristique $\frac{\alpha}{2}$ et d'une loi gaussienne, les deux lois étant indépendantes. Dans ce cas particulier, nous montrons l'égalité entre le coefficient d'association généralisé et le coefficient que nous proposons. A l'aide de simulations nous étudions les performances de divers estimateurs de ces coefficients.

¹ Université de Toulouse, INPT-ENSEEIH - garel@enseeiht.fr

² Université de Toulouse, UPS, IMT - bernedy.kodia@enseeiht.fr