

Comment mesurer la mobilité entre environnements sociaux ?

Son Thierry Ly Arnaud Riegert



Journées de méthodologie statistique — 31 Mars 2015

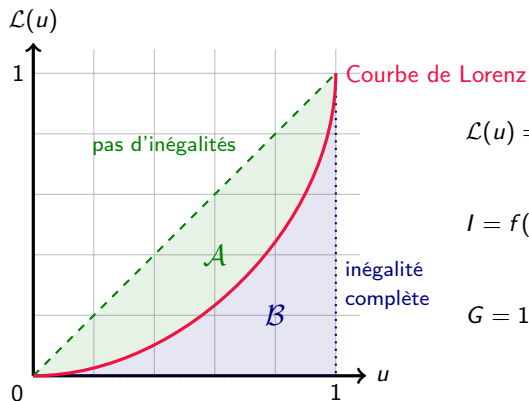
Introduction

- ▶ Les individus fréquentent des environnements sociaux divers au cours de leur vie.
- ▶ Fait ignoré par les indices de ségrégation
 - ▶ Ségrégation : séparation spatiale de groupes sociaux différents
 - ▶ Mesures effectuées à un instant donné
- ▶ Comment mesurer cette diversité ? Notion de mobilité entre environnements sociaux.
- ▶ Quel effet de cette diversité sur les indices de ségrégation ? Notion de ségrégation longitudinale.
- ▶ Référence : "Measuring Social Environment Mobility", document de travail Insee G2015/04.

Outline

- 1 Mesures existantes
 - Mobilité de revenus
 - Ségrégation
- 2 Mesurer la mobilité ES
- 3 Exemple

Courbe de Lorenz et mesure des inégalités



$$\mathcal{L}(u) = \frac{1}{y} \int_0^u \mathcal{F}^{-1}(t) dt$$

$$I = f(\mathcal{L})$$

$$G = 1 - 2 \int_0^1 \mathcal{L}(u) du = \frac{A}{A+B}$$

Inégalités de revenus permanents

- ▶ Les individus ont des revenus qui varient dans le temps (par exemple, redistribution sur le cycle de vie).

Inégalités de revenus permanents

- ▶ Les individus ont des revenus qui varient dans le temps (par exemple, redistribution sur le cycle de vie).
- ▶ Deux contributions aux inégalités de revenus : structure démographique et ségrégation au sein d'une classe d'âge liée aux caractéristiques personnelles.

Inégalités de revenus permanents

- ▶ Les individus ont des revenus qui varient dans le temps (par exemple, redistribution sur le cycle de vie).
- ▶ Deux contributions aux inégalités de revenus : structure démographique et ségrégation au sein d'une classe d'âge liée aux caractéristiques personnelles.
- ▶ Exemple : deux individus, l'un gagne 1000 et l'autre gagne 2000 pendant une première période. Si les revenus sont échangés la période suivante, les inégalités sont moindres que si les revenus sont inchangés.

Inégalités de revenus permanents

- ▶ Les individus ont des revenus qui varient dans le temps (par exemple, redistribution sur le cycle de vie).
- ▶ Deux contributions aux inégalités de revenus : structure démographique et ségrégation au sein d'une classe d'âge liée aux caractéristiques personnelles.
- ▶ Exemple : deux individus, l'un gagne 1000 et l'autre gagne 2000 pendant une première période. Si les revenus sont échangés la période suivante, les inégalités sont moindres que si les revenus sont inchangés.
- ▶ On peut mesurer les inégalités en utilisant les revenus *permanents* (éventuellement avec un taux d'escompte)

Mobilité de revenus

- ▶ Inégalités à chaque instant : $\mathcal{F}_t \Rightarrow \mathcal{L}_t \Rightarrow I_t \Rightarrow \bar{I} = \langle I_t \rangle$
- ▶ Inégalités de revenu permanent : $\mathcal{F}^* \Rightarrow \mathcal{L}^* \Rightarrow I^*$

Mobilité de revenus

- ▶ Inégalités à chaque instant : $\mathcal{F}_t \Rightarrow \mathcal{L}_t \Rightarrow I_t \Rightarrow \bar{I} = \langle I_t \rangle$
- ▶ Inégalités de revenu permanent : $\mathcal{F}^* \Rightarrow \mathcal{L}^* \Rightarrow I^*$
- ▶ Absence de mobilité (tout le monde conserve le même revenu) : I_t constant et égal à I^*

Mobilité de revenus

- ▶ Inégalités à chaque instant : $\mathcal{F}_t \Rightarrow \mathcal{L}_t \Rightarrow I_t \Rightarrow \bar{I} = \langle I_t \rangle$
- ▶ Inégalités de revenu permanent : $\mathcal{F}^* \Rightarrow \mathcal{L}^* \Rightarrow I^*$
- ▶ Absence de mobilité (tout le monde conserve le même revenu) : I_t constant et égal à I^*
- ▶ Mobilité complète : tout le monde a le même revenu permanent, $I^* = 0$

Mobilité de revenus

- ▶ Inégalités à chaque instant : $\mathcal{F}_t \Rightarrow \mathcal{L}_t \Rightarrow I_t \Rightarrow \bar{I} = \langle I_t \rangle$
- ▶ Inégalités de revenu permanent : $\mathcal{F}^* \Rightarrow \mathcal{L}^* \Rightarrow I^*$
- ▶ Absence de mobilité (tout le monde conserve le même revenu) : I_t constant et égal à I^*
- ▶ Mobilité complète : tout le monde a le même revenu permanent, $I^* = 0$
- ▶ Indice de mobilité (Shorrocks, 1978) :

$$\mathcal{M} = 1 - \frac{I^*}{\langle I_t \rangle}$$

- ▶ Interprétation : de combien réduit-on les inégalités si on considère les revenus permanents plutôt qu'instantanés ?

Définition

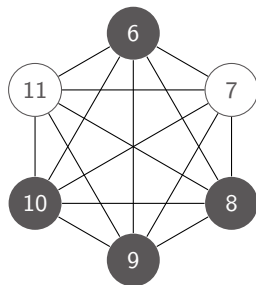
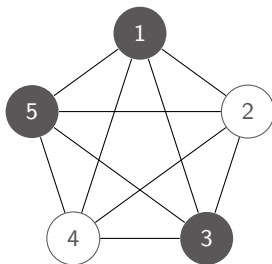
- ▶ Ségrégation : séparation spatiale d'individus issus de groupes sociaux différents .
- ▶ Deux dimensions :
 - ▶ Unité spatiale d'observation : ville, quartier, école ?
 - ▶ Groupe social : genre, origine sociale, ethnique ?

Définition

- ▶ Ségrégation : séparation spatiale d'individus issus de groupes sociaux différents .
- ▶ Deux dimensions :
 - ▶ Unité spatiale d'observation : ville, quartier, école ?
 - ▶ Groupe social : genre, origine sociale, ethnique ?
- ▶ Notations :
 - ▶ Individus $i \in \{1, \dots, N\}$
 - ▶ Unités spatiales $k \in \{1, \dots, K\}$
 - ▶ Deux groupes sociaux : A (référence) et B (reste de la population)
 - ▶ Proportion du groupe A dans la population : p
 - ▶ Proportion du groupe A dans l'unité k : p_k
 - ▶ Proportion du groupe A dans l'environnement de i : μ_i

Hypothèse sur les interactions

- ▶ Interactions en sous-graphes complets et isolés :



- ▶ Si l'individu i est dans l'unité spatiale k , $\mu_i = p_k$ et

$$\langle \mu_i \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i = \sum_{k=1}^K \frac{N_k}{N} p_k = p$$

Quelques indices de ségrégation

$$D = \frac{1}{2p(1-p)} \sum_{k=1}^K \frac{N_k}{N} |p_k - p|$$

$$G = \frac{1}{2p(1-p)} \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K \frac{N_k}{N} \frac{N_{k'}}{N} |p_k - p_{k'}|$$

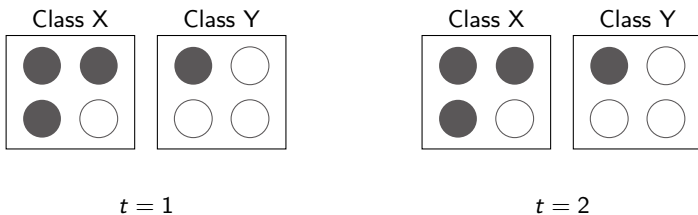
$$P = \frac{1}{p(1-p)} \sum_{k=1}^K \frac{N_k}{N} (p_k - p)^2$$

- ▶ Absence de ségrégation : $p_k \equiv p \Rightarrow D = G = P = 0$
- ▶ Ségrégation complète : $p_k \in \{0; 1\} \Rightarrow D = G = P = 1$
- ▶ Voir Frankel & Volij (2011) pour propriétés axiomatiques détaillées.
- ▶ Propriété intéressante : $P = \mu^A - \mu^B$ (différence d'exposition au groupe de référence)

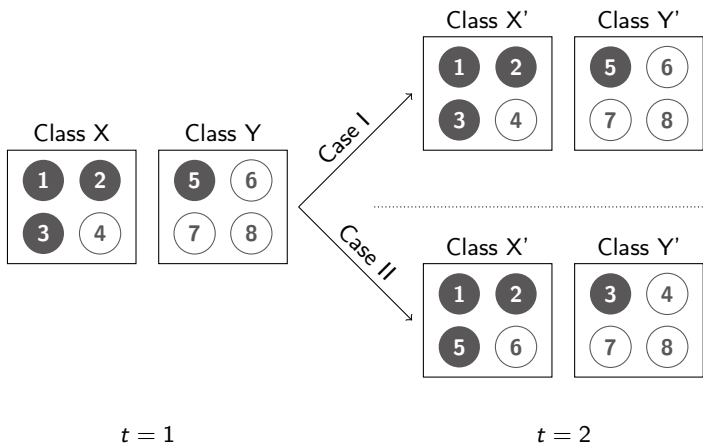
Outline

- 1 Mesures existantes
- 2 Mesurer la mobilité ES
 - Principe général
 - Ségrégation longitudinale et mobilité ES
 - Difficultés méthodologiques
- 3 Exemple

Utilisation de données de panel



Utilisation de données de panel



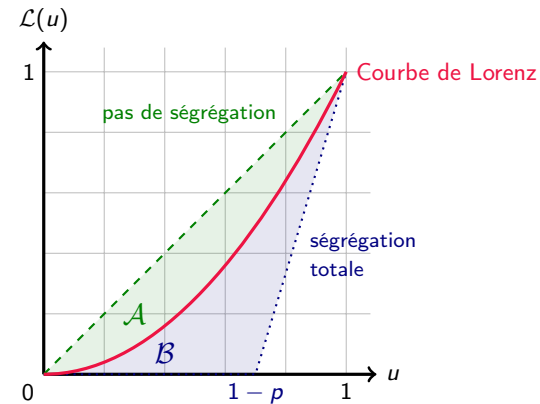
- ▶ Les indices de ségrégation mesurent des *inégalités d'exposition* au groupe de référence :

$$D_t = \frac{1}{2p(1-p)} \int_0^1 |\mathcal{F}_t^{-1}(u) - p| \, du$$

$$G_t = \frac{1}{2p(1-p)} \int_0^1 \int_0^1 |\mathcal{F}_t^{-1}(u) - \mathcal{F}_t^{-1}(u')| \, du' \, du$$

$$P_t = \frac{1}{p(1-p)} \int_0^1 (\mathcal{F}_t^{-1}(u) - p)^2 \, du$$

où \mathcal{F}_t est la cdf de $(\mu_{it})_i$



- ▶ Les indices de ségrégation mesurent des *inégalités d'exposition* au groupe de référence :

$$D_t = \frac{1}{2p(1-p)} \int_0^1 |\mathcal{F}_t^{-1}(u) - p| \, du$$

$$G_t = \frac{1}{2p(1-p)} \int_0^1 \int_0^1 |\mathcal{F}_t^{-1}(u) - \mathcal{F}_t^{-1}(u')| \, du' \, du$$

$$P_t = \frac{1}{p(1-p)} \int_0^1 (\mathcal{F}_t^{-1}(u) - p)^2 \, du$$

où \mathcal{F}_t est la cdf de $(\mu_{it})_i$

- ▶ On souhaite mesurer des disparités d'expositions moyennées dans le temps.

Indices de ségrégation longitudinale

- ▶ Soit $\bar{\mu}_i = \langle \mu_{it} \rangle_t$ l'exposition moyenne de l'individu i au groupe de référence.
- ▶ Soit \mathcal{F}^* la cdf associée.

Indices de ségrégation longitudinale

- ▶ Soit $\bar{\mu}_i = \langle \mu_{it} \rangle_t$ l'exposition moyenne de l'individu i au groupe de référence.
- ▶ Soit \mathcal{F}^* la cdf associée.
- ▶ On définit les indices de ségrégation longitudinale associés :

$$D^* = \frac{1}{2p(1-p)} \int_0^1 |\mathcal{F}^{*-1}(u) - p| du$$

$$G^* = \frac{1}{2p(1-p)} \int_0^1 \int_0^1 |\mathcal{F}^{*-1}(u) - \mathcal{F}^{*-1}(u')| du' du$$

$$P^* = \frac{1}{p(1-p)} \int_0^1 (\mathcal{F}^{*-1}(u) - p)^2 du$$

Bornes de la ségrégation longitudinale

- ▶ Propriété 1 : Soit S un indice de ségrégation ($D, G, P \dots$), alors :

$$S^* \leq \bar{S} = \langle S_t \rangle_t$$

Bornes de la ségrégation longitudinale

- ▶ Propriété 1 : Soit S un indice de ségrégation ($D, G, P \dots$), alors :

$$S^* \leq \bar{S} = \langle S_t \rangle_t$$

- ▶ Propriété 2 : Si $\bar{S} > 0$, $S^* > 0$.

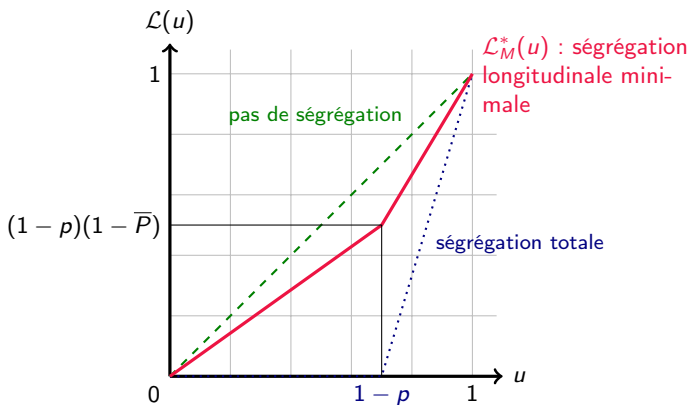
Bornes de la ségrégation longitudinale

- ▶ Propriété 1 : Soit S un indice de ségrégation ($D, G, P \dots$), alors :

$$S^* \leq \bar{S} = \langle S_t \rangle_t$$

- ▶ Propriété 2 : Si $\bar{S} > 0$, $S^* > 0$.
- ▶ Intuition : à chaque instant, le groupe A est plus exposé à lui-même que le groupe B : il n'y a pas de rattrapage possible. Dans le meilleur des cas, tous les individus du groupe A ont la même exposition à ce groupe, et tous les individus du groupe B ont la même exposition. Mais la différence entre les deux groupes est incompressible.

Bornes de la ségrégation longitudinale



Bornes de la ségrégation longitudinale

- ▶ Propriété 1 : Soit S un indice de ségrégation ($D, G, P \dots$), alors :

$$S^* \leq \bar{S} = \langle S_t \rangle_t$$

- ▶ Propriété 2 : Si $\bar{S} > 0$, $S^* > 0$.
- ▶ Intuition : à chaque instant, le groupe A est plus exposé à lui-même que le groupe B : il n'y a pas de rattrapage possible. Dans le meilleur des cas, tous les individus du groupe A ont la même exposition à ce groupe, et tous les individus du groupe B ont la même exposition. Mais la différence entre les deux groupes est incompressible.
- ▶ Plus précisément,

$$D^* \geq \bar{P} \quad G^* \geq \bar{P} \quad P^* \geq \bar{P}^2$$

Indices de mobilité ES

- ▶ Comme Shorrocks (1978), on introduit des indices de mobilité entre environnements sociaux :

$$\mathcal{M}^S = 1 - \frac{S^*}{\langle S_t \rangle}$$

- ▶ Interprétation : de combien réduit-on la ségrégation si on considère les expositions moyennes plutôt qu'instantanées ?

Indices de mobilité ES

- ▶ Comme Shorrocks (1978), on introduit des indices de mobilité entre environnements sociaux :

$$\mathcal{M}^S = 1 - \frac{S^*}{\langle S_t \rangle}$$

- ▶ Interprétation : de combien réduit-on la ségrégation si on considère les expositions moyennes plutôt qu'instantanées ?
- ▶ Ces indices ont des *bornes supérieures* :

$$\mathcal{M}^D \leq 1 - \frac{\bar{P}}{\bar{D}} \quad \mathcal{M}^G \leq 1 - \frac{\bar{P}}{\bar{G}} \quad \mathcal{M}^P \leq 1 - \bar{P}$$

Borne théorique et borne empirique

- ▶ En plus de la limite théorique à la mobilité, une limite empirique

Borne théorique et borne empirique

- ▶ En plus de la limite théorique à la mobilité, une limite empirique
- ▶ Pour atteindre la limite théorique, il faut que *tous les individus du groupe A* et *tous les individus du groupe B* aient exactement la même exposition moyenne au groupe A.

Borne théorique et borne empirique

- ▶ En plus de la limite théorique à la mobilité, une limite empirique
- ▶ Pour atteindre la limite théorique, il faut que *tous les individus du groupe A* et *tous les individus du groupe B* aient exactement la même exposition moyenne au groupe A.
- ▶ Il faut parfois un grand nombre de périodes pour atteindre cette homogénéité au sein de chaque groupe.

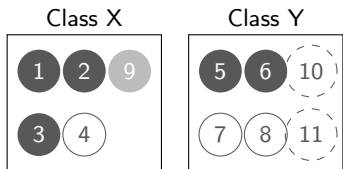
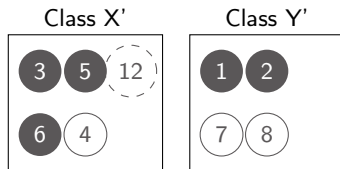
Borne théorique et borne empirique

- ▶ En plus de la limite théorique à la mobilité, une limite empirique
- ▶ Pour atteindre la limite théorique, il faut que *tous les individus du groupe A* et *tous les individus du groupe B* aient exactement la même exposition moyenne au groupe A.
- ▶ Il faut parfois un grand nombre de périodes pour atteindre cette homogénéité au sein de chaque groupe.
- ▶ Pas de manière simple de calculer une borne supérieure empirique.

Attrition

- ▶ Les données de panel posent toujours un problème d'attrition.
- ▶ Difficulté supplémentaire liée au fait que la mesure de ségrégation requiert des données quasi-exhaustives.

Attrition

 $t = 1$  $t = 2$ 

Attrition

- ▶ Les données de panel posent toujours un problème d'attrition.
- ▶ Difficulté supplémentaire liée au fait que la mesure de ségrégation requiert des données quasi-exhaustives.
- ▶ Si un individu n'est pas présent chaque année,
 - ▶ Doit-il intervenir dans les différents S_t ? S^* ?
 - ▶ Quelle pondération ?
 - ▶ Chaque individu définit l'environnement social des autres : on ne peut pas simplement l'ôter de l'échantillon
 - ▶ Risque de casser les propriétés des indices de ségrégation (notamment appartenance à l'intervalle unité).

Attrition

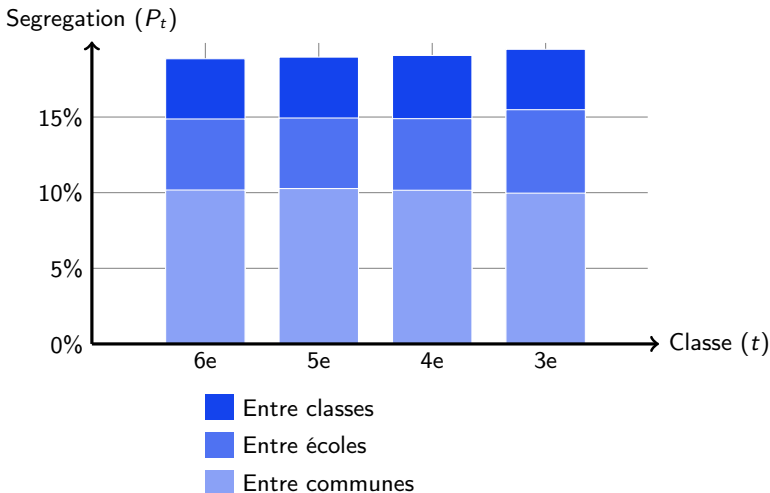
- ▶ Les données de panel posent toujours un problème d'attrition.
- ▶ Difficulté supplémentaire liée au fait que la mesure de ségrégation requiert des données quasi-exhaustives.
- ▶ Si un individu n'est pas présent chaque année,
 - ▶ Doit-il intervenir dans les différents S_t ? S^* ?
 - ▶ Quelle pondération ?
 - ▶ Chaque individu définit l'environnement social des autres : on ne peut pas simplement l'ôter de l'échantillon
 - ▶ Risque de casser les propriétés des indices de ségrégation (notamment appartenance à l'intervalle unité).
- ▶ Idée : voir la mobilité associée à l'indice P comme une part de variance expliquée.
 - ▶ Définir μ_{it} à partir des environnements réels (en gardant les individus qui disparaissent)
 - ▶ Soit V la variance de μ_{it} sur le panel cylindré
 - ▶ Soit V^* la variance de $\bar{\mu}_i$ sur le panel cylindré
 - ▶ Alors,

$$\mathcal{M}^P = \frac{V - V^*}{V}$$

Outline

- 1 Mesures existantes
- 2 Mesurer la mobilité ES
- 3 Exemple**

Ségrégation sociale dans les collèges français



Mobilité

- ▶ Groupe de référence : CSP+ (38 %)
- ▶ Ségrégation instantanée moyenne : 19 %

Mobilité

- ▶ Groupe de référence : CSP+ (38 %)
- ▶ Ségrégation instantanée moyenne : 19 %
- ▶ Attrition : 21 %

Mobilité

- ▶ Groupe de référence : CSP+ (38 %)
- ▶ Ségrégation instantanée moyenne : 19 %
- ▶ Attrition : 21 %
- ▶ Indice de mobilité : 15 % (maximum : 81 %)
- ▶ Mobilité intra-établissement : 58 % (maximum : 93 %)

Mobilité

- ▶ Groupe de référence : CSP+ (38 %)
- ▶ Ségrégation instantanée moyenne : 19 %
- ▶ Attrition : 21 %
- ▶ Indice de mobilité : 15 % (maximum : 81 %)
- ▶ Mobilité intra-établissement : 58 % (maximum : 93 %)
- ▶ Tome II du document de travail à venir : analyse empirique approfondie

References

Frankel, David M., & Volij, Oscar. 2011. Measuring School Segregation. *Journal of Economic Theory*, 146(1), 1–38.

Shorrocks, Anthony. 1978. Income Inequality and Income Mobility. *Journal of Economic Theory*, 19(2), 376–393.