

TEST DE MONTE CARLO DE DETECTION DE MODIFICATIONS CLIMATIQUES

Jean-Cléophas ONDO ()*

() Institut Sous-régional de Statistique et d'Economie Appliquée (ISSEA)*

Résumé

Les procédures couramment utilisées pour détecter les modifications climatiques sont généralement fondées sur des approximations asymptotiques qui ne procurent pas un bon contrôle du niveau dans les échantillons finis. Dans ce papier, nous décrivons une solution au problème de contrôle du niveau des tests de rupture dans les modèles de régression linéaire. Nous suggérons la technique des tests de Monte Carlo (MC) de façon à obtenir des seuils de signification marginaux (les valeurs-p) exacts pour les nouveaux tests que nous proposons. Nous évaluons la performance du test de MC proposé par simulation. Nos résultats montrent que les tests de détection de rupture usuels présentent de sérieuses distorsions de niveau, alors que le test de MC contrôlent parfaitement le niveau et a une bonne puissance.

Abstract

The commonly employed procedures for detecting climatic changes are quite generally based on asymptotic approximations which may not provide good size control in finite samples. We propose a Monte Carlo (MC) test for one change-point. The finite-sample behaviour of the proposed test is investigated through MC experiments. The results show that tests which are widely used in the studies dealing with climatic changes exhibit important size distortions, while MC test achieve complete size control and display good power.

Mots-clés

Séries temporelles, détection de rupture, test de Monte carlo, simulations Monte Carlo, modifications climatiques.

Introduction

Les tests de détection de rupture ont reçu beaucoup d'attention dans la littérature. Ces tests sont en majorité unidimensionnels et utilisent des points critiques simulés. Les problèmes qui en découlent dans les applications empiriques incluent : absence de bonnes valeurs critiques et le problème de contrôle de niveaux.

Dans ce papier, nous proposons un test de Monte Carlo (MC) de détection d'une rupture. Nous illustrons l'utilité de ce test par une étude de simulation pour évaluer son niveau ainsi que sa puissance.

1. MODELE ET STATISTIQUE DE TEST

1.1. Modèle de base

Pour le cas d'une rupture, le modèle de génération de la chronique $\{x_t, t = 1, \dots, n\}$ se présente sous la forme suivante :

$$x_t = \beta_0 + \beta_1 ID(t_b) + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

où,

- la rupture se fait au moyen de la variable indicatrice $ID(t_b)$ qui répond à l'une ou l'autre des définitions suivantes :

$$ID(t_b) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq t_b \\ 1 & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{rupture brusque à la date } t = t_b)$$

$$ID(t_b) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq t_b \\ t - t_b & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{rupture avec continuité à la date } t = t_b)$$

- β_0 est l'ordonnée à l'origine dans le modèle de régression et β_1 est l'amplitude (ou la pente) de la rupture à la date $t = t_b$.

L'hypothèse principale d'absence de rupture qui nous préoccupe est $H_0 : \beta_1 = 0$.

1.2. Statistique de test

Soit $F(t_b)$ la statistique de Fisher pour tester la rupture au point t_b . La date de rupture est estimée à la date t_b pour laquelle la statistique $F(t_b)$ atteint sa valeur maximale que nous dénotons

$$F_{\max} = \max_{t_b} \{F(t_b)\} \quad (1.3)$$

C'est la statistique de test.

1.3. La p-valeur Monte Carlo

Pour présenter la technique des tests de MC (voir DWASS, 1957 et DUFOR, 1995) qui sera appliquée sur le test d'une rupture que nous proposons, nous nous plaçons dans le cadre générale associée à un test unilatéral à droite fondé sur une statistique pivotale dénotée T .

Nous désignerons par T_{Obs} la valeur observée de la statistique de test, et par T_1, \dots, T_N ses contreparties simulées sous l'hypothèse principale H_0 d'absence de rupture. La p-valeur du test de MC notée $\hat{p}_N(T_{\text{Obs}})$ est basée sur le rang de la statistique observée dans la série T_1, \dots, T_N telle que

$$\hat{p}_N(T_{Obs}) = \frac{N\hat{G}_N(T_{Obs}; T_1, \dots, T_N) + 1}{N + 1} \quad (1.2)$$

où $N\hat{G}_N(T_{Obs}; T_1, \dots, T_N)$ est le nombre de statistiques simulées qui sont plus grandes ou égales à T_{Obs} . La région critique du test MC de détection d'une rupture correspond alors à

$$\hat{p}_N(T_{Obs}) \leq \alpha \quad (1.3)$$

Dufour (1995) a démontré qu'une région critique de la forme (1.3) contrôle le niveau dans le sens où

$$P[\hat{p}_N(T_0) \leq \alpha / H_0] = \alpha \quad (1.4)$$

pourvu que $\alpha(N+1)$ soit un entier.

2. ÉTUDE DE PERFORMANCE PAR SIMULATION

Nous étudions la performance du test de MC de détection d'une rupture. Nous cherchons à comparer le niveau du test MC à celui des tests habituellement employés dans la littérature hydrométéorologique : le test de BUIHAND (1984), le test de WORSLEY (1986) et le test de PETTITT (1979). Puis, nous cherchons à comparer sa puissance à celle de ces mêmes tests. Pour des raisons de commodité, Nous adoptons la notation suivante : MC (test de MC de détection d'une rupture), Bui (test de BUIHAND), Wor (test de WORSLEY), Pet (test de PETTITT) et MC_krup (test séquentiel 1).

2.1. Etude de niveau

La figure 2.1 ci-dessous montre que pour les trois tailles d'échantillons et les trois niveaux de signification retenus, les tests de PETTITT, de BUIHAND et de MC contrôlent le niveau. Par contre le test de WORSLEY présente un léger problème de distorsion de niveau.

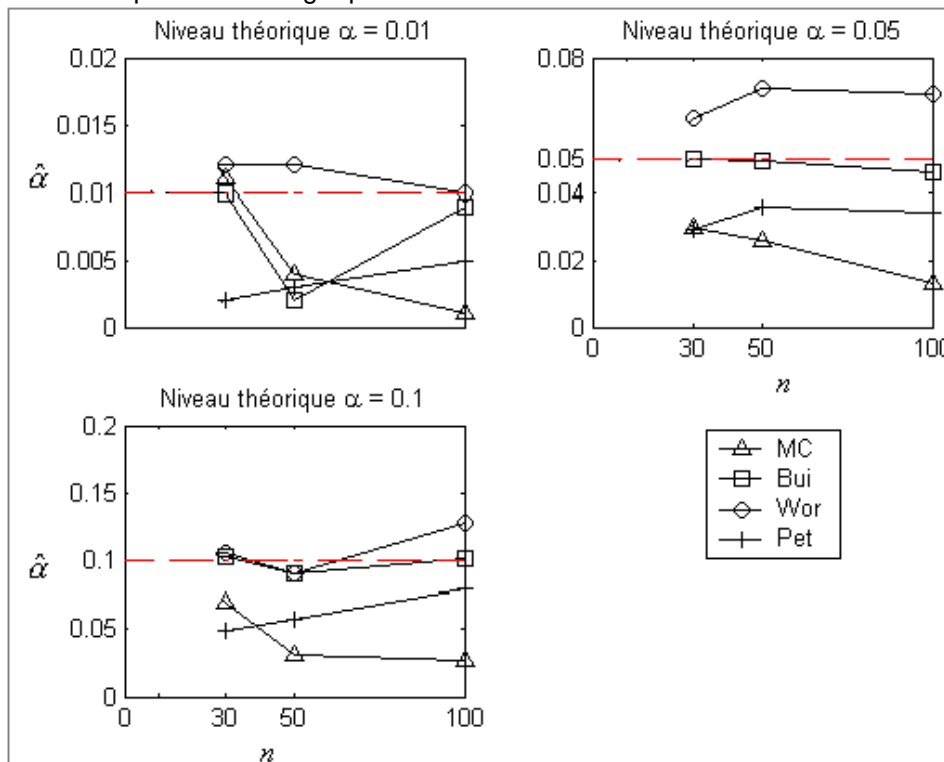


Figure 2.1 : Étude comparative de niveau dans des échantillons sans persistance

2.2. Etude de puissance

Les études de simulation sont menées pour différentes amplitudes de rupture Δ . La figure 2.2 montre que les quatre tests sont performants pour détecter une rupture brusque lorsque celle-ci survient au milieu de l'échantillon. Le test de MC s'avère être plus puissant que les tests de PETTITT, de BUIHAND et de WORSLEY pour détecter une rupture au début ou vers la fin de l'échantillon.

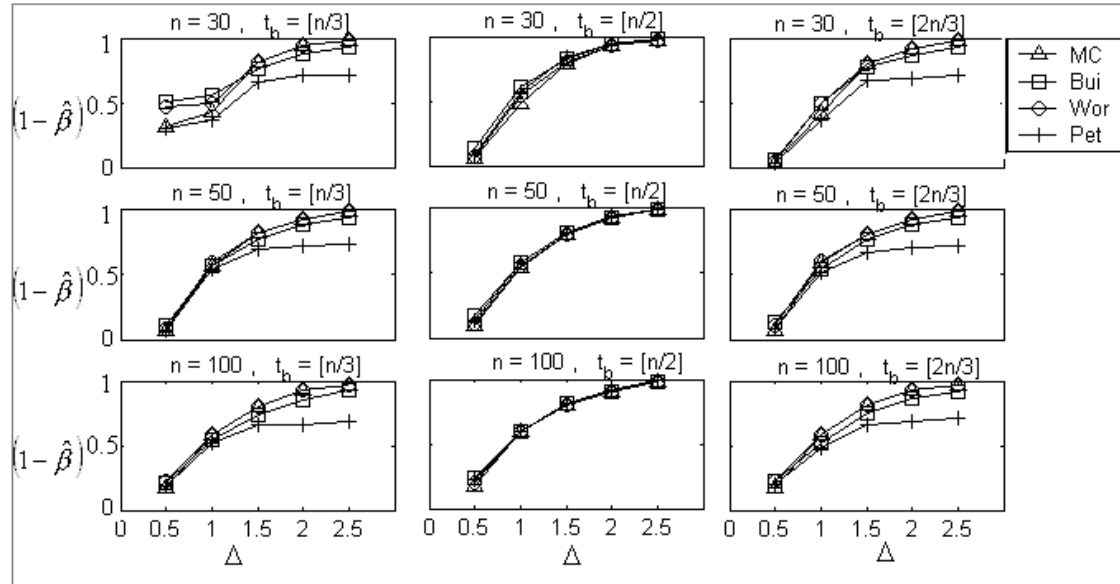


Figure 2.2 : Étude comparative de puissance dans des échantillons sans persistance et contenant une rupture ($\alpha = 0.01$)

3. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons proposé un test de MC de détection d'une rupture. Les résultats de simulation suggèrent que le test de MC présente des avantages par rapport aux tests habituellement utilisés dans la littérature hydrométéorologique pour détecter une modification climatique.

En somme, une généralisation naturelle du test MC proposé à des modèles considérant la dynamique des séries et des extensions semblables aux problèmes des tests multidimensionnels de détection de rupture pourraient aussi s'avérer fort intéressant.

Bibliographie

- [1] BUIHAND, T. A., « Some methods for testing the homogeneity of rainfall records ». *Journal of Hydrology*, vol. 58, pp. pp 11-27, 1982.
- [2] BUIHAND, T. A., « Tests for Detecting a shift in the mean of hydrological time series ». *Journal of Hydrology*, vol. 73, pp. 51-69, 1984.
- [3] DUFOUR, J. M., « Monte Carlo tests with Nuisance Parameters : A General Approach to Finite-Sample Inference and Nonstandard Asymptotics in Econometrics », *Technical report, C.R.D.E*, University of Montréal, 1995.
- [4] DUFOUR, J. M. et KIVIET, J. F., « Exact tests for structural change in first-order dynamic models », *Journal Econometrics* 70, pp. 39-68, 1996.
- [5] DWASS, M., « Modified Randomization Tests for Non-parametric hypotheses », *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 28, pp.181-187, 1957.
- [6] PETTITT, A. N., « A Non-Parametric Approach to the Change-Point Problem ». *Applied Statistics*, vol. 28 N° 2, pp. 126-135, 1979.
- [7] WORSLEY, K. J., « Confidence regions and tests for a change-point in a sequence of exponential family random variables ». *Biometrika* Vol. 73, pp. 455-464, 1986.